# PROBLEMAS DE PROBABILIDAD PROPUESTOS EN LAS PRUEBAS DE EvAU–EBAU–PEBAU… DE 2019

En las páginas que siguen están resueltos todos los problemas propuestos en la selectividad de 2019 (en las convocatorias de junio y septiembre).
En cuatro distritos universitarios (Andalucía, Cataluña, Comunidad Valenciana y Navarra) no se propusieron problemas de este bloque.

## **1.** Aragón, junio 2019, opción A

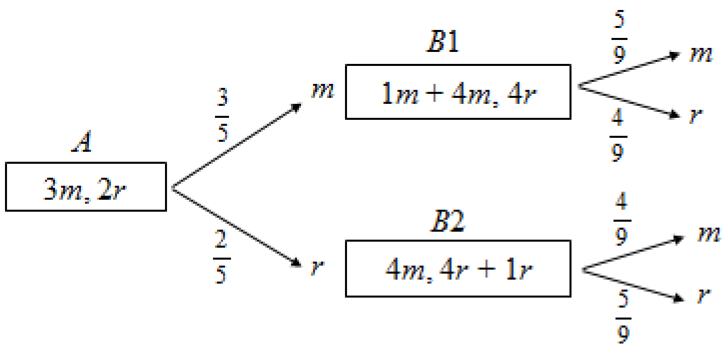
**4.** Se dispone de dos cajas, la caja *A* contiene 3 bolas moradas y 2 bolas rojas; mientras que la caja *B* contiene 4 bolas moradas y 4 rojas.

**a)** (*0,75 puntos*) Se escoge una bola cualquiera de la caja *A* y se pasa a la caja *B*. Posteriormente se saca una bola de la caja *B*. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de la caja *B* sea morada?

**b)** (*0,75 puntos*) Ahora volvemos a la situación original de las cajas; la *A* contiene 3 moradas y 2 rojas y la *B* contiene 4 moradas y 4 rojas.

Seleccionamos una caja al azar y se saca una bola que resulta ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que esa bola sea de la caja *A*?

Solución:
a) El proceso a seguir se detalla en el diagrama de árbol adjunto, donde *m* indica bola morada y *r*, bola roja.
Al extraer una bola de la urna *A* pueden obtenerse las urnas
*B*1: [5*m*, 4*r*] o *B*2: [4*m*, 5*r*].

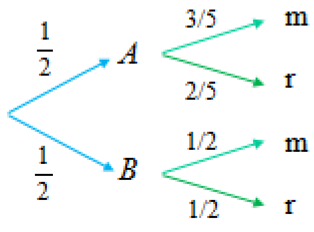



a) Con esto, la probabilidad de obtener bola morada en "*B*" será:

$$P(m)=\frac{3}{5}\cdot P(m/B1)+\frac{2}{5}\cdot P(m/B2)=\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{9}+\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{9}=\frac{15}{45}+\frac{8}{45}=\frac{23}{45}.$$

b) El proceso se indica en este otro diagrama.
En este caso,

$$P(r)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{10}+\frac{1}{4}=\frac{9}{20}.$$




Por Bayes:

$$P(A/r)=\frac{P(A\cap r)}{P(r)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{9}{20}}=\frac{4}{9}.$$

## 2. Aragón, junio 2019, opción B

**4.** La probabilidad de que una persona escriba un mensaje de Twitter sin faltas de ortografía es 0,75. Se sabe además que una persona escribe a lo largo del día 20 mensajes de Twitter.

A partir de esta información, responde a las siguientes cuestiones. NO es necesario finalizar los cálculos en ninguna de ellas, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen.

**a)** (*0,5 puntos*) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente la mitad de los mensajes escritos en un día, es decir 10, no tengan faltas de ortografía?

**b)** (*0,5 puntos*) ¿Cuál es la probabilidad de que ningún mensaje de los 20 escritos en un día tenga faltas de ortografía?

**c)** (*0,5 puntos*) ¿Cuál es la probabilidad de que 18 o más mensajes de los 20 escritos en un día sí tengan faltas de ortografía?

Solución:

La variable aleatoria $X$ que mide el número de mensajes sin faltas de ortografía debe estudiarse como una $B(20,\ 0,75)$.

El experimento se realiza 20 veces; $p$ = probabilidad mensaje sin faltas = 0,75; $q = 1 - p$ = probabilidad mensaje con faltas = 0,25

Con esto:

a) La probabilidad de que exactamente 10 mensajes no tengan faltas es

$$P(X=10)=\binom{20}{10}\cdot 0,75^{10}\cdot 0,25^{10} \to 184756\cdot 0,056313514\cdot 0,00000095367=0,00992...$$

b) $P(X=20)=\binom{20}{20}\cdot 0,75^{20} \to 0,00317\ldots$

c) Si 18 o más mensajes contienen faltas de ortografía, entonces solo 0, 1 o 2 de los mensajes no tendrán faltas; luego, la probabilidad pedida es:

$$P(X=0)+P(X=1)+P(X=2) = \binom{20}{0}\cdot 0,25^{20}+\binom{20}{1}\cdot 0,75\cdot 0,25^{19}+\binom{20}{2}\cdot 0,75^{2}\cdot 0,25^{18} =$$

$$= 1\cdot 0,25^{20}+20\cdot 0,75\cdot 0,25^{19}+190\cdot 0,75^{2}\cdot 0,25^{18} =$$

$$= 9,0949 \cdot 10^{-13} + 5,45697 \cdot 10^{-11} + 1,55523 \cdot 10^{-9} = 1,61072 \cdot 10^{-9}.$$

$$\to \binom{20}{r}=\frac{20!}{r!\cdot(20-r)!};\ \text{así: } \binom{20}{2}=\frac{20!}{2!\,18!}=\frac{20\cdot 19}{2\cdot 1}=190.$$

## 3. Aragón, septiembre 2019

**4.** Una encuesta realizada sobre el mes preferido, entre julio, agosto o septiembre, para salir de vacaciones arrojó los siguientes datos: un 40% prefiere julio, un 30% agosto y el resto prefiere el mes de septiembre. Entre los que prefieren el mes de julio, un 60% pasa sus vacaciones en un hotel; entre los que prefieren el mes de agosto un 40% elige hotel para sus vacaciones y entre los encuestados que prefieren septiembre, un 65% eligen hotel.

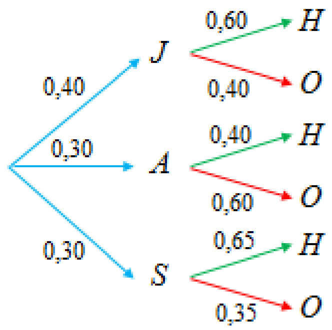
**a)** (*0,5 puntos*) Se elige un individuo al azar, calcule la probabilidad de que vaya a un hotel y le guste ir en agosto.

**b)** (*0,5 puntos*) Se elige un individuo al azar, calcule la probabilidad de que pase sus vacaciones en un hotel.

**c)** (*0,5 puntos*) Se elige al azar un individuo y dice que no pasa sus vacaciones en un hotel, calcule la probabilidad de que prefiera irse en agosto de vacaciones.

Solución:

Puede hacerse el diagrama de árbol adjunto.




Preferir las vacaciones en julio, agosto o septiembre se designa por los sucesos *J*, *A*, *S*. Pasarlas en un hotel es el suceso *H*; elegir otra ubicación se designa por *O*.

Con esto:

a) La probabilidad de que vaya a un hotel en agosto:

$$P(A\cap H)=P(A)\cdot P(H/A)=0,3\cdot 0,4=0,12.$$

b) La probabilidad de que pase las vacaciones en un hotel es:

$$P(H)=P(J)\cdot P(H/J)+P(A)\cdot P(H/A)+P(S)\cdot P(H/S)=$$

$$= 0,4 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 0,4 + 0,3 \cdot 0,65 = 0,555.$$

c) La probabilidad de que no pase las vacaciones en un hotel será:

$$P(O)=1-P(H)=1-0,555=0,445.$$

Por Bayes, la probabilidad de que si no va a un hotel prefiera agosto es:

$$P(A/O)=\frac{P(A)\cdot P(O/A)}{P(O)}=\frac{0,3\cdot 0,6}{0,445}=\frac{180}{455}\approx 0,404.$$

## 4. Aragón, septiembre 2019

**4.** Un juego de ruleta tiene 25 casillas numeradas del 1 al 25. Un jugador gana si sale 2 o múltiplo de 2.

**a)** (*0,75 puntos*) Si juega 100 veces, calcule la probabilidad de que gane exactamente 10 veces. (En este apartado, NO es necesario finalizar los cálculos, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando los números que la definen).

**b)** (*0,75 puntos*) Si juega 200 veces, calcule la probabilidad de que gane entre 90 y 110 veces, ambos valores incluidos.

Solución:

De las 25 casillas numeradas del 1 al 25, 12 de ellas van numeradas con un múltiplo de 2. Por tanto, la probabilidad de que la bola de la ruleta caiga en uno de esos números es

$$P(ganar)=P([\dot{2}])=\frac{12}{25}=0,48;\ P(perder)=0,52.$$

La variable aleatoria *X* que mide las veces que se gana en 100 jugadas puede tratarse como una binomial $B(100,\ 0,48)$.

Con esto:

$$P(X=10)=\binom{100}{10}\cdot 0,48^{10}\cdot 0,52^{90}\to 3,0975\ldots \cdot 10^{-16}.\ \text{(Prácticamente imposible).}$$

Como el número de veces que se realiza el experimento es grande, puede aproximarse por la normal $X'$ de media $n\cdot p = 100\cdot 0,48 = 48$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100\cdot 0,48\cdot 0,52} = 4,996 \approx 5 \to N(48,\ 5)$.

Se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X'-48}{5}$.

En este caso:

$$P(X=10) = P(9,5 \le X' \le 10,5) = P(X' \le 10,5) - P(X' \le 9,5) =$$

$$= P\left(Z \le \frac{10,5-48}{5}\right) - P\left(Z \le \frac{9,5-48}{5}\right) = P(Z < -7,5) - P(Z < -7,7).$$

Como ninguno de esos valores de $Z$ aparece tabulado (su probabilidad es ínfima) no se puede dar respuesta de ese modo.

b) En este caso, sí se puede aplicar lo indicado más arriba.
La normal será $N(96,\ 7{,}06) \to \mu = n\cdot p = 200\cdot 0,48 = 96$; $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{200\cdot 0,48\cdot 0,52} \approx 7,06$.

Se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X'-98}{7,06}$.

Luego:

$$P(90 \le X \le 110) = P(89,5 < X' < 110,5) \to \text{Haciendo la corrección de continuidad} \to$$

$$P(X' < 110,5) - P(X' < 89,5) = P\left(Z < \frac{110,5-96}{7,06}\right) - P\left(Z < \frac{89,5-96}{7,06}\right) =$$

$$= P(Z < 2,05) - P(Z < -0,92) = 0,9798 - (1 - 0,8212) = 0,801.$$

5. Asturias, junio 19, opción A

4. Un monitor de tenis compra un cañón para lanzar bolas. En las especificaciones del cañón se indica que falla el lanzamiento el $10\,\%$ de la veces.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que, de 20 bolas lanzadas, se tengan exactamente 5 fallos? (1.25 puntos)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que como mucho falle 2 veces de los 20 lanzamientos? (1.25 puntos)

*Nota:* Se pueden dejar indicadas las operaciones en potencias, sin necesidad de realizarlas.

Solución:

La variable aleatoria $X$ que mide las veces que falla el cañón en 20 lanzamientos es una binomial $B(20,\ 0,10)$: la probabilidad de fallo es $p = 0,10$; la de acierto, $q = 90$.

Con esto:

a) $P(X=5) = \binom{20}{5}\cdot 0,10^5\cdot 0,90^{15} =$

$$= \frac{20\cdot 19\cdot 18\cdot 17\cdot 16}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot 0,10^5\cdot 0,90^{15} = 15504\cdot 0,00001\cdot 0,205891 = 0,003192.$$

b) $P(X \le 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) =$

$$= \binom{20}{0}\cdot 0,10^0\cdot 0,90^{20} + \binom{20}{1}\cdot 0,10^1\cdot 0,90^{19} + \binom{20}{2}\cdot 0,10^2\cdot 0,90^{18} =$$

$$= 0,90^{20} + 20\cdot 0,1\cdot 0,90^{19} + \frac{20\cdot 19}{2}\cdot 0,01\cdot 0,90^{18} = 0,90^{18}\left(0,90^2 + 2\cdot 0,90 + 190\cdot 0,01\right) \approx 0,67693.$$

**6**. Asturias, junio 19, opción B

**4.** Pedro y Luis son aficionados a los dardos. Pedro acierta en el centro el 10 % de las veces y cada vez que acierta gana 400 €. Luis acierta en el centro el 20 % de las veces y cada vez que acierta gana 100 €. Cuando fallan no ganan ni pierden nada. Tira cada uno dos dardos. Calcula las siguientes probabilidades:

a) Que Luis acierte en el centro las dos veces. (0.75 puntos)
b) Que Pedro acierte en el centro una sola vez. (1 punto)
c) Que entre los dos hayan ganado 600 €. (0.75 puntos)

Solución:
Puede hacerse un diagrama de árbol o realizar el experimento como sendas binomiales:
Para Pedro, $X \equiv B(2,\ 0{,}10) \to p = 0{,}10;\ q = 0{,}90$.
Para Luís, $Y \equiv B(2,\ 0{,}20) \to p = 0{,}20;\ q = 0{,}80$.

a) La probabilidad de que Luís acierte las dos veces será:

$$P(Y=2) = \binom{2}{2} \cdot 0{,}20^2 = 0{,}04.$$

b) La probabilidad de que Pedro acierte una sola vez será:

$$P(X=1) = \binom{2}{1} \cdot 0{,}10 \cdot 0{,}90 = 2 \cdot 0{,}09 = 0{,}18.$$

c) Ganan 600 € entre los dos cuando Pedro acierta una vez (400 € por acierto) y Luís las dos veces (100 € cada acierto). Como ambos sucesos son independientes, su probabilidad será:

$$P((X=1) \cap (Y=2)) = P(X=1) \cdot P(Y=2) = 0{,}18 \cdot 0{,}04 = 0{,}0072.$$

7. Asturias, julio 19, opción A

**4.** Alicia tiene dos cajones. En uno tiene las camisetas y en el otro las faldas. La tabla muestra el número de todas las prendas que guarda en los dos cajones agrupadas en tres tipos: lisas, dibujos o rayas.

| | Lisas | Dibujos | Rayas |
|---|---|---|---|
| Camisetas | 10 | 5 | 10 |
| Faldas | 5 | 15 | 5 |

Se elige al azar una prenda de cada cajón. Calcula la probabilidad de que:
a) Las dos sean de rayas. (0.75 puntos)
b) Las dos sean del mismo tipo. (1 punto)
c) Al menos una de ellas no sea de rayas. (0.75 puntos)

Solución:
La probabilidad de cada uno de los posibles sucesos se deduce directamente de la tabla, que puede completarse como sigue:

| | Lisas | Dibujos | Rayas | Total |
|---|---|---|---|---|
| Camisetas | 10 | 5 | 10 | 25 |
| Faldas | 5 | 15 | 5 | 25 |

Sean los sucesos:
*CL*, *CD*, *CR*, camiseta lisa, con dibujos o de rayas, respectivamente;
*FL*, *FD*, *FR*, falda lisa, con dibujos o de rayas, también respectivamente.
Los sucesos elegir "camiseta" y "falda" son independientes.

a) La probabilidad de que de dos prendas sean de rayas es:

$$P(CR \cap FR) = P(CR) \cdot P(FR) = \frac{10}{25} \cdot \frac{5}{25} = \frac{2}{25} = 0,08.$$

b) La probabilidad de que las dos prendas sean del mismo tipo es:

$$P(CL \cap FL) + P(CD \cap FD) + P(CR) \cdot P(FR) =$$

$$= \frac{10}{25} \cdot \frac{5}{25} + \frac{5}{25} \cdot \frac{15}{25} + \frac{10}{25} \cdot \frac{5}{25} = \frac{2}{25} + \frac{3}{25} + \frac{2}{25} = 0,28.$$

c) El suceso “al menos una de ellas no sea de rayas” es el contrario de “las dos sean de rayas”. Su probabilidad será:

P(al menos una no sea de rayas) = $1 - P(CR \cap FR) = 1 - \frac{2}{25} = \frac{23}{25} = 0,92$.

<u>**8**. Asturias, julio 19, opción B</u>

**4.** Las calificaciones de un examen en una clase siguen una distribución normal de media $\mu = 20$ y desviación típica $\sigma = 10$. Calcula:

a) La probabilidad de que un alumno obtenga una calificación entre 15 y 25. (1.25 puntos)

b) La calificación que sólo superan o igualan el 20 % de los alumnos. (1.25 puntos)

Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(x) = P(Z \le x)$, $F(-0.8416) = 0.2$, $F(0.8416) = 0.8$, $F(0.4) = 0.6554$, $F(0.5) = 0.6915$, $F(0.6) = 0.7257$

<u>Solución</u>:

La normal será $N(20,\ 10)$. Se tipifica haciendo el cambio $Z = \frac{X-20}{10}$.

a) En este caso:

$$P(15 \le X \le 25) = P(X \le 25) - P(X \le 15) = P\left(Z < \frac{25-20}{10}\right) - P\left(Z < \frac{15-20}{10}\right) =$$

$$= P(Z < 0,5) - P(Z < -0,5) = 0,6915 - (1 - 0,6915) = 0,3830.$$

b) Hay que encontrar la calificación $C$ tal que $P(X > C) = 0,20 \Rightarrow P(X \le C) = 0,80$.

Luego:

$$P\left(Z < \frac{C-20}{10}\right) = 0,80 \Rightarrow \frac{C-20}{10} = 0,8416 \Rightarrow C = 0,8416 \cdot 10 + 20 = 28,416.$$

**9**. Baleares, junio 19, opción A

**4.** Les alçades $X$ dels estudiants de 18 anys dels instituts de Palma es modelen segons una llei normal de mitjana $\mu = 1.78$ m i desviació típica $\sigma = 0.65$ m. Es demana:

*a*) Percentatge d'estudiants de 18 anys dels instituts de Palma que fan més d'1.90 m. (4 punts)

*b*) Agafam una mostra de 100 estudiants de 18 anys dels instituts de Palma i en volem seleccionar els 30 més alts. Quina és l'alçada mínima que ha de fer un estudiant de 18 anys dels instituts de Palma per ser seleccionat? (6 punts)

Solución:

La normal será $N(178,\ 65)$, en cm. Se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X-178}{65}$.

Por tanto, aplicando la $N(0, 1)$ se obtiene:

a) En este caso:

$$P(X > 190) = P\left(Z > \frac{190-178}{65}\right) = P(Z > 0{,}1846) \approx 1 - P(Z < 0{,}185) =$$

= 1 – 0,5733 = 0,4267. Esto indica que el 42,67 % de los estudiantes de 18 años de ese instituto miden más de 190 cm. (Como esta solución resulta absurda, habrá que suponer que hay un error en el dato de la desviación típica).

El valor de probabilidad 0,5733 se obtiene interpolando (se ha hecho la media) entre 0,5714 y 0,5753 que son los valores correspondientes a $Z$ = 0,18 y $Z$ = 0,19, respectivamente.

b) Hay que encontrar la altura $x$ tal que $P(X > x) = 0{,}30 \Rightarrow P(X \le x) = 0{,}70$.

Luego:

$P\left(Z < \dfrac{x-178}{65}\right) = 0{,}70 \Rightarrow \dfrac{x-178}{65} \approx 0{,}525$ ("interpolando" entre los valores de probabilidad correspondientes a 0,52 y 0,53) $\Rightarrow$ $x = 0{,}525 \cdot 65 + 178 = 212{,}125$.

La altura mínima para ser seleccionado será de 212 cm (nuevo resultado que sugiere error en el enunciado).

**10**. Baleares, junio 19, opción B

**4.** En una comunitat de 500 estudiants de segon de batxillerat, 200 estudien l'opció científica tecnològica. N'hi ha 150 que practiquen futbol i 100 que practiquen bàsquet (entenem que no n'hi ha cap que practiqui futbol i bàsquet a la vegada). Dels que practiquen bàsquet, 70 estudien l'opció científica tecnològica, i hi ha 150 estudiants que no practiquen esport ni fan l'opció científica tecnològica. Es demana:

*a*) Probabilitat que un estudiant estudiï l'opció científica tecnològica i no practiqui esport. (3 punts)

*b*) Sabent que un estudiant practica futbol, quina és la probabilitat que estudiï l'opció científica tecnològica? (3 punts)

*c*) Són independents els esdeveniments "practicar futbol" i "estudiar l'opció científica tecnològica". Raonau la resposta. (4 punts)

Solución:

Con los datos del problema se puede hacer la siguiente tabla (en negro se dan los datos directos del enunciado; en rojo, los deducidos. Entre paréntesis se indica la denominación del suceso).

| | Total | Fútbol (*F*) | Baloncesto (*B*) | No hacen deporte (*N*) |
|---|---|---|---|---|
| B. Tecnológico (*T*) | 200 | 30 | 70 | 100 |
| Otro Bachillerato (*O*) | 300 | 120 | 30 | 150 |
| Total | 500 | 150 | 100 | 250 |

a) De los 500 estudiantes hay 100 que son de la opción científica tecnológica y no practican deporte. Por tanto,

$$P(T \cap N) = \frac{100}{500} = 0,20.$$

b) De los 150 estudiantes que practican fútbol 30 son de la opción científica tecnológica; luego:

$$P(T / F) = \frac{30}{150} = 0,20.$$

c) La probabilidad de practicar fútbol es $P(F) = \frac{150}{500} = 0,30$.

La probabilidad de estudiar la opción científica tecnológica es $P(T) = \frac{200}{500} = 0,40$.

La probabilidad de estudiar la opción científica tecnológica y practicar fútbol es:

$$P(T \cap F) = \frac{30}{500} = 0,06.$$

Como $P(T \cap F) \neq P(T) \cdot P(F)$, los sucesos no son independientes.

→ Dos sucesos son independientes cuando la probabilidad de su intersección es igual al producto de las probabilidades de cada uno de ellos.
En este caso, debería cumplirse que $P(T \cap F) = P(T) \cdot P(F)$.

**11**. Baleares, julio 19, opción A

**4.** El pes dels adults de 40 anys d'una certa comunitat es modela amb una distribució normal de mitjana $\mu = 85$ kg i desviació típica $\sigma = 15$ kg. Ens demanen:

*a*) Quin percentatge de la població té sobrepès? Entenem que una persona adulta de 40 anys té sobrepès si pesa més de 100 kg. (4 punts)

*b*) Consideram el col·lectiu dels individus més prims de la comunitat. Si ens diuen que aquest col·lectiu representa el 40% de tots els individus de la comunitat, quin és el pes màxim d'un individu del col·lectiu? (6 punts)

Solución:

Se trata de una distribución normal $N(85, 15)$.

Se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma} = \dfrac{X-85}{15}$.

a) $P(X > 100) = P\left(Z > \dfrac{100-85}{15}\right) = P(Z > 1) = 1 - P(Z < 1) = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$.

b) Si $x$ es el peso máximo buscado; debe cumplirse que:

$$P(X < x) = 0{,}40 \Rightarrow P\left(Z < \frac{x-85}{15}\right) = 0{,}40 \Rightarrow P\left(Z > \frac{x-85}{15}\right) = P\left(Z < -\frac{x-85}{15}\right) = 0{,}60$$

$$\Rightarrow -\frac{x-85}{15} \approx 0{,}254 \Rightarrow x \simeq 81{,}2 \text{ kg}.$$

El valor 0,254 se ha obtenido aproximando (por interpolación) los valores de $Z$ correspondientes a la probabilidad 0,5987 y 0,6026, que son $Z$ = 0,25 y $Z$ = 0, 26, respectivamente.

**12**. Baleares, julio 19, opción B

**4.** S'ha fet un estudi sobre la por de volar i el nivell d'estrès en una certa comunitat. Ens diuen que el 60% dels individus no tenen por de volar, el 50% té un nivell baix d'estrès, el 25%, un nivell mitjà, i el 5% té un nivell alt d'estrès i por de volar. Sabent, a més a més, que el 5% dels individus té un nivell mitjà d'estrès i no té por de volar, es demana:

*a*) Probabilitat que un individu de la comunitat tingui un nivell d'estrès mitjà i por de volar. (3 punts)

*b*) Sabent que un individu té por de volar, quina és la probabilitat que tingui un nivell baix d'estrès? (3 punts)

*c*) Són independents els esdeveniments "nivell d'estrès baix" i "por de volar"? Raonau la resposta. (4 punts)

Solución:

Con los datos del problema se puede hacer la siguiente tabla (en negro se dan los datos directos del enunciado; en rojo, los deducidos. Entre paréntesis se indica la denominación del suceso).

| | | Estrés | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Bajo (*EB*) | Medio (*EM*) | Alto (*EA*) | |
| Miedo a volar | No (N) | 35 | 5 | 20 | 60 |
| | Sí (*S*) | 15 | 20 | 5 | 40 |
| Total | | 50 | 25 | 25 | 100 |

a) De 100 individuos hay 20 que tiene miedo a volar y un nivel de estrés medio, luego:

$$P(EM \cap S) = \frac{20}{100} = 0,20.$$

b) Entre los 40 individuos que tienen miedo a volar hay 15 que tienen un nivel bajo de estrés, luego:

$$P(EB/S) = \frac{15}{40} = 0,375.$$

c) La probabilidad de tener un nivel de estrés bajo es $P(EB) = \frac{50}{100} = 0,50$.

La probabilidad de tener miedo a volar es $P(S) = \frac{40}{100} = 0,40$.

La probabilidad de tener un nivel de estrés bajo y miedo a volar es:

$$P(EB \cap S) = \frac{15}{100} = 0,15.$$

Como $P(EB \cap S) \neq P(EB) \cdot P(S)$, los sucesos no son independientes.

$\to$ Dos sucesos son independientes cuando la probabilidad de su intersección es igual al producto de las probabilidades de cada uno de ellos.
En este caso, debería cumplirse que $P(EB \cap S) = P(EB) \cdot P(S)$.

**13**. Cantabria, junio 19, Examen Nº 1

**Ejercicio 4**

Una prueba rápida para detectar una enfermedad da un 2% de falsos positivos (personas sanas en las que la prueba da positivo, clasificándolas como enfermas) y un 1% de falsos negativos (personas enfermas en las que la prueba da negativo, clasificándolas como sanas). En una población hay un 4% de enfermos.

**1)** [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que el test dé un resultado negativo.

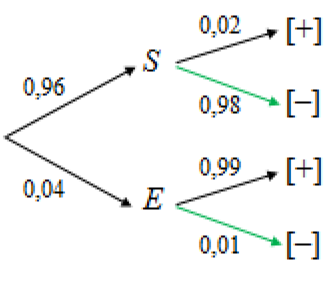
**2)** [1 PUNTO] La prueba da un resultado positivo (clasificando a la persona como enferma). Calcule la probabilidad de que realmente esté sana.

Solución:

Consideramos los sucesos:

$S$ = estar sano; $E$ = estar enfermo; [+] = dar positivo en el test; [–] = dar negativo en el test.

Con los datos del problema se puede hacer el siguiente diagrama de árbol.




1) Por la probabilidad total:

$$P([-]) = P(S) \cdot P([-]/S) + P(E) \cdot P([-]/E) =$$

$$= 0,96 \cdot 0,98 + 0,04 \cdot 0,01 = 0,9412.$$

Luego:

$$P([+]) = 1 - P([-]) = 1 - 0,9412 = 0,0588.$$

2) Por Bayes:

$$P(S/[+]) = \frac{P(S) \cdot P([+]/S)}{P([+])} = \frac{0,96 \cdot 0,02}{0,0588} = 0,3265.$$

**14**. Cantabria, junio 19, Examen Nº 2

**Ejercicio 4**

El peso de una población sigue una distribución normal de media 70kg y desviación típica de 10kg.

**1)** [1 PUNTO] Calcule el porcentaje de población que pesa entre 65 y 75 kg.

**2)** [1 PUNTO] Calcule el porcentaje de población que pesa al menos 85 kg.

Solución:

Se trata de una distribución normal $N(70, 10)$.

Se tipifica haciendo el cambio $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-70}{10}$.

1) $P(65 < X < 75) = P\left(\frac{65-70}{10} < Z < \frac{75-70}{10}\right) = P(-0,5 < Z < 0,5) =$

$= P(Z < 0,5) - P(Z < -0,5) = P(Z < 0,5) - (1 - P(Z < 0,5)) =$

= 0,6915 – (1 – 0,6915) = 0,383 → El 38,3 % de la población pesa entre 65 y 75 kg.

2) $P(X > 85) = P\left(Z > \frac{85-70}{10}\right) = P(Z > 1,5) = 1 - P(Z < 1,5) =$

= 1 – 0,93323 = 0,0668 → El 6,68 % de la población pesa al menos 85 kg.

**15**. Cantabria, julio 19, Examen Nº 1

**Ejercicio 4**

Las temperaturas de una ciudad durante el verano han seguido una distribución normal de media 30º y desviación típica de 6º.

**1)** [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que un día al azar se mida una temperatura de menos de 42º.

**2)** [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que un día al azar haga entre 25º y 30º.

Solución:

Se trata de una distribución normal $N(30, 6)$.

Se tipifica haciendo el cambio $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-30}{6}$.

1) $P(X < 42) = P\left(Z < \frac{42-30}{6}\right) = P(Z < 2)$ = 0,9772.

2) $P(25 < X < 30) = P\left(\frac{25-30}{6} < Z < \frac{30-30}{6}\right) = P(-0,833 < Z < 0) =$

$= P(Z < 0,833) - 0,5$ = 0,7976 – 0,5 = 0,2976.

El valor de probabilidad 0,7976 se obtiene aproximando por interpolación:

$P(Z < 0,83) = 0,7967$ ; $P(Z < 0,84) = 0,7995$

La diferencia correspondiente a 10 milésimas (de 0,830 a 0,840) es 0,0028 ⇒ La diferencia para 3 milésimas (de 0,830 a 0,833) será, aproximadamente, 0,0009, que habría que sumar a 0,7967 → 0,7967 + 0,0009 = 0,7976.

**16**. Cantabria, julio 19, Examen Nº 2

**Ejercicio 4**

Una empresa de teléfonos tiene tres cadenas de producción para un modelo de teléfono. Cada cadena fabrica, respectivamente, un 40%, 35% y 25% de la producción total. La probabilidad de que un teléfono sea defectuoso es del 5%, 3% y 2% respectivamente. Se toma un teléfono al azar.

**1)** [1 PUNTO] ¿Cual es la probabilidad de que el teléfono sea defectuoso?

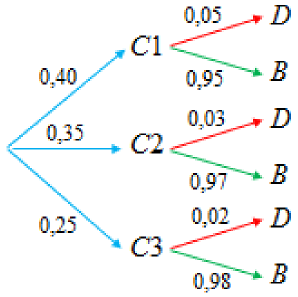
**2)** [1 PUNTO] Si el teléfono es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que se haya fabricado en la segunda cadena?

Solución:

Consideramos los sucesos:

$C1$ = cadena 1; $C2$ = cadena 2; $C3$ = cadena 3;

$D$ = defectuoso; $B$ = no defectuoso.




Con los datos del problema se puede hacer el diagrama de adjunto.

1) La probabilidad de que el teléfono sea defectuoso es

$$P(D) = P(C1) \cdot P(D/C1) + P(C2) \cdot P(D/C2) + P(C3) \cdot P(D/C3) =$$

$= 0,40 \cdot 0,05 + 0,35 \cdot 0,03 + 0,25 \cdot 0,02 = 0,0355.$

2) Por la probabilidad condicionada,

$$P(C2/D) = \frac{P(C2) \cdot P(D/C2)}{P(D)} = \frac{0,35 \cdot 0,03}{0,0355} = 0,296.$$

**17**. Castilla y León, junio 19, opción A

**E5.-** Las notas de Matemáticas II de 500 alumnos presentados al examen de EBAU tienen una distribución normal con media 6,5 y desviación típica 2.

**a)** Calcule la probabilidad de que un alumno haya obtenido más de 8 puntos. **(1 punto)**

**b)** ¿Cuántos alumnos obtuvieron notas menores de 5 puntos? **(1 punto)**

Solución:

Se trata de una distribución normal $N(6,5, 2)$.

Se tipifica haciendo el cambio $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 6,5}{2}$.

a) $P(X > 8) = P\left(Z > \frac{8 - 6,5}{2}\right) = P(Z > 0,75) = 1 - P(Z < 0,75)$ = 1 – 0,7734 = 0,2266.

b) $P(X < 5) = P\left(Z < \frac{5 - 6,5}{2}\right) = P(Z < -0,75) = 1 - P(Z < 0,75)$ = 0,2266.

El número de alumnos que obtuvieron notas menores de 5 puntos fue (teóricamente) de:

$500 \cdot 0,2266 = 133,3 \rightarrow 133$ o 134 alumnos.

**18**. Castilla y León, junio 19, opción A

**E5.**-En una competición de tiro olímpico hay 10 rifles, 4 con visor telescópico y 6 sin él. La probabilidad de que un tirador haga blanco con un rifle con visor telescópico es 0,95 y sin él es de 0,65.

**a)** Halla la probabilidad de hacer blanco escogiendo un rifle al azar. **(1 punto)**

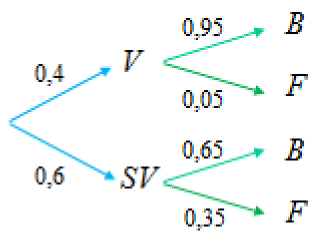
**b)** Si el tirador hace blanco. ¿Es más probable que haya disparado con un rifle con visor telescópico o sin él? **(1 punto)**

Solución:

Consideramos los sucesos:

*V* = rifle con visor telescópico; *SV* = rifle sin visor; *B* = hacer blanco; *F* = fallar.

Con los datos del problema se puede hacer el diagrama de adjunto.




a) La probabilidad de hacer blanco será:

$$P(B) = P(V)\cdot P(B/V) + P(SV)\cdot P(B/SV) =$$

= 0,4 · 0,95 + 0,6 · 0,65 = 0,77.

b) Por a probabilidad condicionada:

$$P(V/B) = \frac{P(V)\cdot P(B/V)}{P(B)} = \frac{0,4\cdot 0,95}{0,77} = 0,4935\,;$$

$$P(SV/B) = \frac{P(SV)\cdot P(B/SV)}{P(B)} = \frac{0,6\cdot 0,65}{0,77} = 0,5065\,.$$

Es más probable (aunque muy poco más) hacer blanco con un rifle sin visor.

**19**. Castilla y León, julio 19, opción A

**E5**- La temperatura del cuerpo humano sigue una distribución normal de media 37ºC y desviación típica 0,5ºC.

**a)** Calcular la probabilidad de que la temperatura de una persona esté comprendida entre 36ºC y 38ºC **(1 punto)**

**b)** Calcular la probabilidad de que la temperatura de una persona sea menor que 36,5ºC. **(1 punto)**

Solución:

Se trata de una distribución normal *N*(37, 0,5).

Se tipifica haciendo el cambio $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-37}{0,5}$.

a) $P(36 < X < 38) = P\left(\frac{36-37}{0,5} < Z > \frac{38-36}{0,5}\right) = P(-2 < Z < 2) = P(Z < 2) - P(Z < -2) =$

$= P(Z < 2) - (1 - P(Z < 2)) = 2\cdot P(Z < 2) - 1$ = 2 · 0,9772 – 1 = 0,9544.

b) $P(X < 36,5) = P\left(Z < \frac{36,5-37}{0,5}\right) = P(Z < -1) = 1 - P(Z < 1)$ = 1 – 0,8413 = 0,1587.

**20**. Castilla y León, julio 19, opción B

**E5.**- En una empresa de alquiler de vehículos con conductor:
• Trabajan 50 conductores de menos de 45 años, de los cuales 15 hablan inglés.
• Trabajan 30 conductores de entre 45 y 55 años, de los cuales 6 hablan inglés.
• Trabajan 20 conductores de más de 55 años, de los cuales 3 hablan inglés.

Considerando los sucesos: $A =$ "tener menos de 45 años", $B =$ "tener entre 45 y 55 años", $C =$ "tener más de 55 años" e $I =$ "hablar inglés":

**a)** Calcular $P(I/A)$, $P(I/B)$ y $P(I/C)$. **(0,9 puntos)**

**b)** Si se elige al azar un conductor, y éste habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 45 años? **(1,1 puntos)**

Solución:

→ Para facilitar las respuestas podría hacerse la siguiente tabla.

| Edad | Menos de 45 (*A*) | Entre 45 y 55 (*B*) | Más de 55 (*C*) | Total |
|---|---|---|---|---|
| Número | 50 | 30 | 20 | 100 |
| Hablan inglés (*I*) | 15 | 6 | 3 | 24 |

a) De los 50 conductores de menos de 45 años, 15 hablan inglés $\Rightarrow P(I/A)=\frac{15}{50}=0,3$.

De los 30 conductores de entre 45 y 55 años, 6 hablan inglés $\Rightarrow P(I/B)=\frac{6}{30}=0,2$.

De los 20 conductores de más de 55 años, 3 hablan inglés $\Rightarrow P(I/C)=\frac{3}{20}=0,15$.

b) Hay 24 conductores que hablan inglés; de ellos, 15 tienen menos de 45 años $\Rightarrow$

$$P(A/I)=\frac{15}{24}=0,625.$$

**21**. Castilla–La Mancha, junio 19, opción A

**5A.** a) Una fábrica A produce el 30 % de los tractores que se demandan en una Comunidad Autónoma, una fábrica B produce el 20 % y la fábrica C el resto. El controlador de calidad sabe que son defectuosos el 4 % de los tractores fabricados por A, el 10 % de los fabricados por B y el 2 % de los fabricados por C. Elegido un tractor al azar, calcula razonadamente la probabilidad de:

a1) No salga defectuoso. **(0,75 puntos)**

a2) Si resultó defectuoso, que no fuera fabricado por C. **(0,5 puntos)**

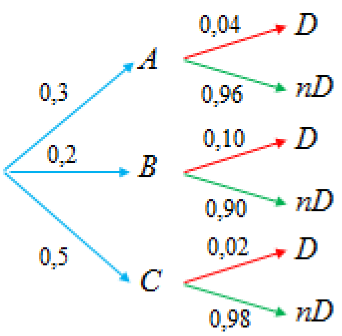
b) En una clase hay 16 chicas y 4 chicos. Cada día elijo a un estudiante al azar para que salga a la pizarra. Calcula razonadamente la probabilidad de que los cinco días laborables de la semana salgan a la pizarra:

b1) Tres chicas. **(0,75 puntos)**

b2) Al menos tres chicos. **(0,5 puntos)**

Solución:

a) La situación se resume en el diagrama de árbol adjunto. Las letras *D* y *nD* indican que el tractor sale defectuoso o no defectuoso, respectivamente.




a1) La probabilidad de que el tractor no salga defectuoso es:

$$P(nD)=P(A)\cdot P(nD/A)+P(B)\cdot P(nD/B)+P(C)\cdot P(nD/C)$$

$= 0,3 \cdot 0,96 + 0,2 \cdot 0,90 + 0,5 \cdot 0,98 = 0,958.$

Por tanto, la probabilidad de defectuoso será:

$P(D)=1-P(nD) = 1 – 0,958 = 0,042.$

a2) Si resultó defectuoso, la probabilidad que fuese fabricado en $C$ es:

$$P(C/D)=\frac{P(C\cap D)}{P(D)}=\frac{0,5\cdot 0,02}{0,042}=\frac{10}{42}.$$

Luego, la probabilidad de que si resultó defectuoso no fuese fabricado en $C$ será:

$$P(A\cup B/D)=1-P(C/D)=1-\frac{10}{42}=\frac{32}{42}.$$

b) Sea $X$ la variable que mide el número de chicas que salen a la pizarra. La distribución es una binomial $B(5, 0,8)$.
→ $n$ = 5 son las veces que se hace el experimento, los 5 días de la semana;
→ $p$ = 16/20 = 0,8 es la probabilidad de que salga una chica; $q = 1 – p$ = 0,2, la probabilidad de que salga un chico.

b1) $P(X=3)=\binom{5}{3}\cdot 0,8^3\cdot 0,2^2=\frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\cdot 0,02048=0,2048$.

b2) Al menos 3 chicos es el suceso que se da cuando el número de chicas que salen son 1 o 2.

$$P(X=1)+P(X=2)=\binom{5}{1}\cdot 0,8\cdot 0,2^4+\binom{5}{2}\cdot 0,8^2\cdot 0,2^3=5\cdot 0,00128+10\cdot 0,00512=0,0576.$$

**22**. Castilla–La Mancha, junio 19, opción B

**5B.** a) Una alarma de seguridad tiene instalados dos sensores. Ante una emergencia los sensores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el primer sensor es de 0,98 y de que se active el segundo es de 0,96. Calcula razonadamente la probabilidad de que ante una emergencia:

a1) Se active al menos uno de los dos sensores. (**0,75 puntos**)

a2) Se active solo uno de los sensores. (**0,5 puntos**)

b) El tiempo, en horas, empleado en realizar cierta intervención quirúrgica sigue una distribución normal $N(10, 2)$. Calcular razonadamente el porcentaje de estas intervenciones que se pueden realizar:

b1) Entre 6,5 y 13 horas. (**0,75 puntos**)

b2) En menos de siete horas. (**0,5 puntos**)

Solución:

a) Sean los sucesos:
$A$ = se activa el primer sensor; $B$ = se activa el segundo sensor.

Se sabe que $P(A)=0,98$ y $P(B)=0,96$

Como son sensores independientes, la probabilidad de se activen a la vez es:

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ = 0,98 · 0,96 = 0,9408.

a1) Que se active al menos uno de los sensores es el suceso $A\cup B$.

Como $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$, entonces:

$P(A\cup B)$ = 0,98 + 0,96 – 0,9408 = 0,9992.

a2) Que se active solo uno de los sensores es el suceso $A\cup B-A\cap B$: alguno de los dos, menos ambos a la vez. Su probabilidad será:

$P(A\cup B)-P(A\cap B)$ = 0,9992 – 0,9408 = 0,0584.

b) La distribución es una normal $N(10, 2)$ → Se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X-10}{2}$.

b1) $P(6,5 < X < 13) = P\left(\dfrac{6,5-10}{2} < Z < \dfrac{13-10}{2}\right) = P(-1,75 < Z < 1,5) =$

$= P(Z < 1,5) - P(Z < -1,75) = P(Z < 1,5) - (1 - P(Z < 1,75)) =$

= 0,9332 – (1 – 0,9599) = 0,8931.

El 89,31 % de las intervenciones durará entre 6,5 y 13 horas.

b2) $P(X < 7) = P\left(Z < \dfrac{7-10}{2}\right) = P(Z < -1,5)$ = $1 - P(Z < 1,5)$ = 1 – 0,9332 = 0,0668.

El 6,68 % de las intervenciones durará menos de 7 horas.

<u>**23**. Castilla–La Mancha, julio 19, opción A</u>

**5A.** a) Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio cuyas probabilidades son P(A)=0,75 y P(B)=0,35. Calcula razonadamente las probabilidades que deben asignarse a los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$ en cada uno de los siguientes casos:

a1) Si A y B fuesen independientes. **(0,75 puntos)**

a2) Si $P(A \mid B) = 0,6$. **(0,5 puntos)**

**Nota:** $P(A \mid B)$ denota la probabilidad condicionada.

b) El 1 % de los cheques que recibe un banco no tienen fondos. Razona la respuesta de las siguientes preguntas:

b1) Si en una hora recibe cinco cheques, ¿cuál es la probabilidad de que tenga algún cheque sin fondos? Redondea el resultado a la centésima. **(0,75 puntos)**

b2) El banco dispone de cinco sucursales en una ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que al menos tres sucursales de esa ciudad reciban algún cheque sin fondos? **(0,5 puntos)**

<u>Solución</u>:

a1) Se sabe que $P(A) = 0,75$ y $P(B) = 0,35$.

Si *A* y *B* son sucesos independientes, entonces

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ = 0,75 · 0,35 = 0,2625.

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, entonces:

$P(A \cup B)$ = 0,75 + 0,35 – 0,2625 = 0,8375.

a2) Se sabe que $P(A) = 0,75$, $P(B) = 0,35$ y $P(A/B) = 0,6$.

Como $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) = 0,35 \cdot 0,6 = 0,21$.

Luego, $P(A \cup B)$ = 0,75 + 0,35 – 0,21 = 0,89.

b) Ambos casos se estudian como una binomial.

b1) La probabilidad de un cheque sin fondos es $P(SF) = p = 0,01$; $q$ = 0,99.

La binomial es $B(5, 0,01)$.

Si *X* mide el número de cheques sin fondos, el suceso "algún cheque sin fondos" es el contrario de "ningún cheque sin fondos": suceso $X = 0$.

$P(X = 0) = \dbinom{5}{0} \cdot 0,01^0 \cdot 0,99^5 \approx 0,95$.

Por tanto, la probabilidad del suceso "algún cheque sin fondos" es,

$$P(X\geq 1)=1-P(X=0)=0,05.$$

b2) En este caso, para cada una de las sucursales, $P(SF)=p=0,05$.

La binomial es $B(5,\ 0{,}05)$.

Luego,

$$P(X\geq 3)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5) =$$

$$=\binom{5}{3}\cdot 0,05^3\cdot 0,95^2+\binom{5}{4}\cdot 0,05^4\cdot 0,95+\binom{5}{5}\cdot 0,05^5 =$$

$$= 10\cdot 0,0001128+5\cdot 0,00000594+1\cdot 0,000000313 = 0{,}001158.$$

**24**. Castilla–La Mancha, julio 19, opción B

**5B.** a) En la sala de pediatría de un hospital el 70 % de los pacientes son niñas. De los niños el 40 % son menores de 36 meses y de las niñas el 30 % tienen menos de 36 meses. Un pediatra entra en la sala y selecciona un paciente al azar. Calcula razonadamente la probabilidad de:

a1) Que no tenga menos de 36 meses. **(0,75 puntos)**

a2) Si el paciente resulta ser menor de 36 meses, que sea niña. **(0,5 puntos)**

b) En una de las pruebas de acceso al cuerpo de ingenieros de la Administración Pública se realiza un test de 100 ítems a 450 opositores. Cada ítem vale un punto y se supera la prueba si se obtienen al menos 75 puntos. Suponiendo que las puntuaciones obtenidas por los opositores siguen una distribución normal de media 60 puntos y desviación típica 10 puntos, calcula razonadamente:

b1) La probabilidad de obtener 75 o más puntos. **(0,75 puntos)**

b2) El número de opositores que obtuvieron menos de 75 puntos. **(0,5 puntos)**

Solución:

a) Sean $A$ y $O$ los sucesos ser niña o niño, respectivamente; ser menor de 36 meses se designa por –36.

Se sabe que:

$$P(A)=0,70\to P(O)=0,30;\ P(-36/A)=0,30\ P(-36/O)=0,40.$$

a1) La probabilidad de que un paciente seleccionado al azar tenga menos de 36 meses, será:

$$P(-36)=P(A)\cdot P(-36/A)+P(O)\cdot P(-36/O) = 0,7\cdot 0,3+0,3\cdot 0,4=0,33.$$

a2) $P(A/-36)=\dfrac{P(A)\cdot P(-36/A)}{P(-36)}=\dfrac{0,7\cdot 0,3}{0,33}=\dfrac{21}{33}\approx 0,64$.

b) La distribución es una normal $N(60,\ 10)$ → Se tipifica haciendo el cambio $Z=\dfrac{X-60}{10}$.

b1) $P(X\geq 75)=P(X'>74,5)=P\left(Z>\dfrac{74,5-60}{10}\right)=P(Z>1,45) =$

$$= 1-P(Z<1,4) = 1-0,9265=0,0735.$$

Se ha hecho la corrección de continuidad: $X\geq 75\to X'>74,5$.

b2) La probabilidad de que un opositor obtenga menos de 75 puntos, será:

$$P(X<75)=1-P(X\geq 75)=1-0,0735=0,9265$$

Como hay 450 opositores, cabe esperar que $450\cdot 0,9265=416,9\approx 417$ obtengan memos de 75 puntos.

**25**. Extremadura, junio 2019, opción A

**5.** En una clase hay 12 chicas y 8 chicos. 8 de las 12 chicas y 6 de los 8 chicos utilizan Facebook. Se escoge un estudiante al azar, determine las siguientes probabilidades:

a) Sea chica y utilice Facebook. **(1 punto)**

b) Sea chico, sabiendo que utilica Facebook. **(1 punto)**

Solución:

Sean *A* y *O* los sucesos ser chica o chico, respectivamente; *F* es el suceso utilizar Facebook. Se sabe que:

$$P(A)=\frac{12}{20}=0,6 \to P(O)=0,4;\ P(F/A)=\frac{8}{12}=\frac{2}{3};\ P(F/O)=\frac{6}{8}=0,75.$$

a) La probabilidad de que se chica y utilice Facebook es:

$$P(A\cap F)=P(A)\cdot P(F/A)=0,6\cdot\frac{2}{3}=0,4.$$

b) La probabilidad de que un estudiante utilice Facebook es:

$$P(F)=P(A)\cdot P(F/A)+P(O)\cdot P(F/O) = 0,6\cdot\frac{2}{3}+0,4\cdot 0,75=0,7.$$

Por la probabilidad condicionada,

$$P(O/F)=\frac{P(O\cap F)}{P(F)}=\frac{0,4\cdot 0,75}{0,7}=\frac{3}{7}.$$

**26**. Extremadura, junio 2019, opción B

**5.** Supongamos que en una población de Extremadura tienen una estatura que se distribuye según una normal de media 170 cm y desviación típica 10 cm.

a) ¿Qué porcentaje de habitantes miden entre 170 y 185 cm? **(1 punto)**

b) ¿A partir de qué altura están e 33 % de los habitantes más altos? **(1 punto)**

Solución:

La población se distribuye normalmente: *N*(170, 10).

→ Se tipifica haciendo el cambio $Z=\frac{X-170}{10}$.

Por tanto:

a) $P(170<X<185)=P\left(\frac{170-170}{10}<Z<\frac{185-170}{10}\right)=P(0<Z<1,5)=$

$= P(Z<1,5)-P(Z<0)$ = 0,9332 – 0,5 = 0,4332.

b) Hay que encontrar el valor *a* tal que

$$P(X>a)=0,33 \Rightarrow P(X<a)=0,67 \Rightarrow P\left(Z<\frac{a-170}{10}\right)=0,67 \Rightarrow$$

$\frac{a-170}{10}=0,44 \Rightarrow a$ = 174,4 cm.

(El valor *Z* = 0,44 es el correspondiente en la tabla normal a la probabilidad 0,67).

**27**. Extremadura, julio 2019, opción A

**5.** Un persona utiliza Whatsapp un 70 % y Telegram un 30 %. El 80 % de los Whatsapp son de amigos y el 20 % de trabajo, mientras que de Telegram, el 80 % son de trabajo y 20 % de amigos.

(a) Calcule la probabilidad de recibir un mensaje de trabajo. **(1 punto)**

(b) Si el usuario recibe un mensaje de trabajo, calcule la probabilidad de que sea a través del Whatsapp. **(1 punto)**

Solución:

Sean $W$ y $TL$ los sucesos una persona utiliza Whatsapp o Telegram, respectivamente. Se designa por $A$ amigos, y por $T$ trabajo. Se sabe que:

$P(W)=0,70$; $P(TL)=0,30$; $P(A/W)=0,80$; $P(T/W)=0,20$;

$P(A/TL)=0,20$; $P(T/TL)=0,80$.

a) La probabilidad de que una persona reciba un mensaje de trabajo es:

$P(T)=P(W)\cdot P(T/W)+P(TL)\cdot P(T/TL)$ = 0,7 · 0,2 + 0,3 · 0,8 = 0,38.

b) Por la probabilidad condicionada,

$$P(W/T)=\frac{P(W\cap T)}{P(T)}=\frac{0,7\cdot 0,2}{0,38}\approx 0,37.$$

**28**. Extremadura, julio 2019, opción B

**5.** Se estima que el 40 % de los alumnos que comienzan un grado de ingeniería acaban obteniendo el grado. Si se elige al azar a 5 alumnos que comenzaron una ingeniería, calcule:

(a) la probabilidad de que los 5 alumnos obtengan el grado de ingeniero. **(0,75 puntos)**

(b) la probabilidad de que como máximo 2 obtengan el grado de ingeniero. **(0,75 puntos)**

(c) la media y la destivación típica de la distribución. **(0,5 puntos)**

Solución:

Se trata de un experimento binomial: $B(5, 0,4)$.

0,4 es la probabilidad de que un alumno acabe el grado: $p$ = 0,4; $q$ = 0,6.

Si $X$ mide el número de alumnos que obtiene el grado, entonces:

a) $P(X=5)=\binom{5}{5}\cdot 0,4^5\cdot 0,6^0=0,4^5=0,01024$.

→ Puede recordarse que $\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$. Así, por ejemplo $\binom{5}{2}=\frac{5!}{2!\cdot 3!}=\frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}=10$.

b) $P(X\le 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=$

$=\binom{5}{0}\cdot 0,4^0\cdot 0,6^5+\binom{5}{1}\cdot 0,4^1\cdot 0,6^4+\binom{5}{2}\cdot 0,4^2\cdot 0,6^3=$

= 1 · 0,07776 + 5 · 0,05184 + 10 · 0,03456 = 0,68256.

c) La media de una distribución binomial es: $\mu=np$ → $\mu$ = 5 · 0,4 = 2.

La desviación típica es: $\sigma=\sqrt{npq}=\sqrt{5\cdot 0,4\cdot 0,6}=\sqrt{1,2}\approx 1,1$.

**29**. Galicia, junio 19 opción A

**4.** Da respuesta a los apartados siguientes:

a) El 40% de los habitantes de una cierta comarca tienen camelias, el 35% tienen rosas y el 21% tienen camelias y rosas. Si se elige al azar a un habitante de esa comarca, calcular las cinco probabilidades siguientes: de que tenga camelias o rosas; de que no tenga ni camelias ni rosas; de que tenga camelias, sabiendo que tiene rosas; de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias; y de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias.

b) Si en un auditorio hay 50 personas, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 hayan nacido en el mes de enero?

Solución:

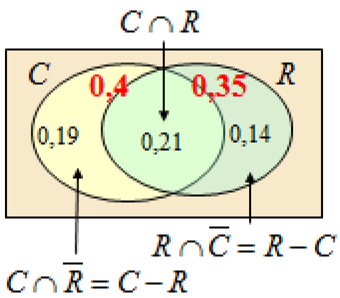
a) Sean $C$ y $R$ los sucesos tener camelias y tener rosas, respectivamente.

Se sabe que:

$$P(C)=0,40;\ P(R)=0,35;\ P(C\cap R)=0,21.$$

Con esto:

- Probabilidad de que tenga camelias o rosas:
  $P(C\cup R)=P(C)+P(R)-P(C\cap R)$ = 0,40 + 0,35 – 0,21 = 0,54.
- Probabilidad de que no tenga ni camelias ni rosas:
  $P\left(\overline{C\cup R}\right)=1-P(C\cup R)=1-0,54=0,46.$
- Probabilidad de que tenga camelias sabiendo que tiene rosas:
  $P(C/R)=\dfrac{P(C\cap R)}{P(R)}=\dfrac{0,21}{0,35}=0,6.$
- Probabilidad de que tenga rosas sabiendo que tiene camelias:
  $P(R/C)=\dfrac{P(C\cap R)}{P(C)}=\dfrac{0,21}{0,40}=0,525.$
- Probabilidad de que solo tenga camelias o solo tenga rosas:
  $P(C-R)+P(R-C)=P(C\cup R)-P(C\cap R)$ = 0,54 – 0,21 = 0,33.




Todas estas respuestas se entienden mejor si se hace el diagrama de Venn adjunto.

b) La probabilidad de que una persona nazca en el mes de enero es $P(E)=p=\dfrac{31}{365}$; y de que no nazca en enero será, $P\left(\overline{E}\right)=q=\dfrac{334}{365}$.

La variable, $X$, que mide el número de personas nacidas en enero, entre las 50 que hay, es una binomial $B(50, 31/365)$, siendo $P(X=r)=\binom{50}{r}\cdot p^r\cdot q^{n-r}$.

Con esto:

$$P(X\geq 2)=1-\left(P(X=0)+P(X=1)\right)=$$

$$=1-\binom{50}{0}\cdot\left(\frac{31}{365}\right)^0\cdot\left(\frac{334}{365}\right)^{50}-\binom{50}{1}\cdot\left(\frac{31}{365}\right)^1\cdot\left(\frac{334}{365}\right)^{49}.$$

Se obtiene: → 1 – 0,0666 ≈ 0,9333.

Como estos cálculos son muy complicados, esta binomial puede aproximarse mediante la normal de media $\mu=50\cdot\dfrac{31}{365}\approx 4,25$ y desviación típica

$$\sigma=\sqrt{npq}=\sqrt{50\cdot\frac{31}{365}\cdot\frac{334}{365}}\approx\sqrt{3,886}=1,97:\ N(4,25,\ 1,97).$$

Esta normal se tipifica haciendo el cambio: $Z=\dfrac{X-4,25}{1,97}$.

Con esto:

$$P(X\geq 2)=P(X'\geq 1,5)=P\left(Z\geq \frac{1,5-4,25}{1,97}\right)=P(Z>-1,4)=P(Z<1,4)=0,9192.$$

(Se ha realizado la corrección de continuidad).

**30**. Galicia, junio 19 Opción B

**4.** Da respuesta a los apartados siguientes:

a) Sean $A$ y $B$ dos sucesos de un mismo espacio muestral. Calcula $P(A)$ si $P(B)=0.8$, $P(A\cap B)=0.2$ y $P(A\cup B)$ es el triple de $P(A)$.

b) En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media 25°C y desviación típica 4°C. Calcula la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre 21°C y 27.2°C. ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?

Solución:

a) Se sabe que $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.

En este caso, como $P(A\cup B)=3\cdot P(A)$, se tendrá:

$$3\cdot P(A)=P(A)+0,8-0,2\Rightarrow 2\cdot P(A)=0,6\Rightarrow P(A)=0,3.$$

b) Se trata de una normal: $N(25, 4)$. Se tipifica haciendo el cambio $Z=\dfrac{X-25}{4}$.

Luego:

$$P(21<X<27,2)=P\left(\frac{21-25}{4}<Z<\frac{27,2-25}{4}\right)=P(-1<Z<0,55)=$$

$$P(Z<0,55)-P(Z<-1)=P(Z<0,55)-(1-P(Z<1))=0,7088-1+0,8413=0,5501.$$

De los 31 días de julio se puede esperar que en 17 de ellos la temperatura se mantenga dentro de ese rango $\to$ 31 · 0,5501 = 17,05.

**31**. Galicia, julio 19 opción A

**4.** Da respuesta a los apartados siguientes:

a) La probabilidad de que un chico recuerde regar su rosal durante una cierta semana es de $\frac{2}{3}$. Si se riega, el rosal sobrevive con probabilidad 0.7; si no, lo hace con probabilidad 0.2. Al finalizar la semana, el rosal ha sobrevivido. ¿Cuál es la probabilidad de que el chico no lo haya regado?

b) Una fábrica produce piezas cuyo grosor sigue una distribución normal de media 8 cm y desviación típica 0.01 cm. Calcula la probabilidad de que una pieza tenga un grosor comprendido entre 7.98 y 8.02 cm.

Solución:

a) Sean $R$ y $nR$ los sucesos regar o no regar el rosal, respectivamente; y sean $S$ y $nS$ los sucesos que el rosal sobreviva o no, también respectivamente.

Se sabe que:

$$P(R)=\frac{2}{3};\ P(nR)=\frac{1}{3};\ P(S/R)=0,7;\ P(S/nR)=0,2.$$

La probabilidad de que el rosal sobreviva es:

$$P(S)=P(R)\cdot P(S/R)+P(nR)\cdot P(S/nR)=\frac{2}{3}\cdot 0,7+\frac{1}{3}\cdot 0,2=\frac{16}{30}\approx 0,5333.$$

Por la probabilidad condicionada,

$$P(nR/S)=\frac{P(nR)\cdot(S/nR)}{P(S)}=\frac{\frac{1}{3}\cdot 0,2}{\frac{16}{30}}=\frac{1}{8}=0,125.$$

b) Se trata de una normal *N*(8, 0,01). Se tipifica haciendo el cambio: $Z=\frac{X-8}{0,01}$.

Con esto:

$$P(7,98<X<8,02)=P\left(\frac{7,98-8}{0,01}<Z<\frac{8,02-8}{0,01}\right)=P(-2<Z<2)=$$

$= P(Z<2)-P(Z<-2)=P(Z<2)-(1-P(Z<2))$ = 0,9772 – (1 – 0,9772) = 0,9544.

**32**. Galicia, julio 19 opción B

**4.** Da respuesta a los apartados siguientes:

a) Sean $A$ y $B$ dos sucesos de un mismo espacio muestral tales que $P(A)=0.2$, $P(B)=0.4$ y $P(A\cup B)=0.5$. Calcula $P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$, $P(A\cap B)$ y $P(\bar{A}\cup\bar{B})$. Razona si $A$ y $B$ son o no sucesos independientes.

b) La probabilidad de que un determinado jugador de fútbol marque gol desde el punto de penalti es $p=0.7$. Si lanza 5 penaltis, calcula las siguientes tres probabilidades: de que no marque ningún gol; de que marque por lo menos 2 goles; y de que marque 5 goles. Si lanza 2100 penaltis, calcula la probabilidad de que marque por lo menos 1450 goles. Se está asumiendo que los lanzamientos son sucesos independientes.

Solución:

a) Si $P(A)=0,2$, $P(B)=0,4$ y $P(A\cup B)=0,5$, entonces:

- $P(\bar{A})=1-P(A)=1-0,2=0,8$.
- $P(\bar{B})=1-P(B)=1-0,4=0,6$.
- De $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow$

  $0,5=0,2+0,4-P(A\cap B)\Rightarrow P(A\cap B)=0,1$.
- Como $P(\bar{A}\cup\bar{B})=P(\overline{A\cap B})\Rightarrow P(\bar{A}\cup\bar{B})=1-P(A\cap B)=1-0,1=0,9$.

Dos sucesos *A* y *B* son independientes si $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$.

Como 0,2 · 0,4 ≠ 0,1, los sucesos no son independientes.

b) Se trata de un experimento binomial: *B*(5, 0,7).

0,7 es la probabilidad de que el jugador marque el penalti; *p* = 0,7; *q* = 0,3.

*n* = 5 son los penaltis que lanza.

Si *X* mide el número de penaltis que marca, entonces:

- $P(X=0)=\binom{5}{0}\cdot 0,7^0\cdot 0,3^5=0,3^5=0,00243$.
- $P(X\geq 2)=1-(P(X=0)+P(X=1))=1-\binom{5}{0}0,7^0\cdot 0,3^5-\binom{5}{1}0,7^1\cdot 0,3^4=$

  $=1-0,00243-5\cdot 0,7\cdot 0,0081=0,96922$.
- $P(X=5)=\binom{5}{5}\cdot 0,7^5\cdot 0,3^0=0,7^5=0,16807$.

→ Puede recordarse que $\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$. Así, por ejemplo $\binom{5}{2}=\frac{5!}{2!\cdot 3!}=\frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}=10$.

Si lanza 2100 penaltis la distribución *B*(2100, 07) puede aproximarse mediante la normal de media $\mu = 2100 \cdot 0,7 = 1470$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{2100 \cdot 0,7 \cdot 03} = 21$: *N*(1470, 21).

Esta normal se tipifica haciendo el cambio: $Z = \dfrac{X - 1470}{21}$.

Con esto:

$$P(X \geq 1450) = P(X' \geq 1449,5) = P\left(Z \geq \frac{1449,5 - 1470}{21}\right) \approx P(Z > -0,98) =$$

$$= 1 - P(Z < 0,98) = 1 – 0,8365 = 0,1635.$$

(Se ha realizado la corrección de continuidad).

<u>**33**. Islas Canarias, junio 19, opción A</u>

4. En un banco se sabe que el tiempo de devolución de un préstamo de 18000€ sigue una distribución normal de media 60 meses y desviación típica 8 meses. Se elige al azar un préstamo de 18000€ realizado en dicho banco:

a) Calcular la probabilidad de que dicho préstamo se devuelva como mucho en 70 meses. (0,75 ptos)

b) ¿Cuál es la probabilidad de que fuera devuelto, al menos en 4 años? (0,75 ptos)

c) ¿Qué porcentaje de préstamos de 18000€ del mismo banco se formalizan para ser devueltos entre los 4 y los 6 años? (1 pto)

<u>Solución</u>:

El tiempo de devolución el préstamo se ajusta a la distribución normal *N*(60, 8).

Se tipifica haciendo el cambio: $Z = \dfrac{X - 60}{8}$.

Con esto:

a) $P(X < 70) = P\left(Z < \dfrac{70 - 60}{8}\right) = P(Z < 1,25) = 0,8944.$

b) 4 años son 48 meses.

$$P(X > 48) = P\left(Z > \frac{48 - 60}{8}\right) = P(Z > -1,5) = P(Z < 1,5) = 0,9332.$$

c) Entre 4 y 6 años → entre 48 y 72 meses.

$$P(48 < X < 72) = P\left(\frac{48 - 60}{8} < Z < \frac{72 - 60}{8}\right) = P(-1,5 < Z < 1,5) =$$

$$= P(Z < 1,5) - P(Z < -1,5) = P(Z < 1,5) - (1 - P(Z < 1,5)) = 0,9332 – 0,0668 = 0,8664.$$

El 86,64 % de los préstamos se formalizan para ser devueltos entre 4 y 6 años.

**34**. Islas Canarias, junio 19, opción B

4. Una planta ensambladora de circuitos recibe componentes procedentes de tres fabricantes A, B y C. El 50% del total de los componentes se compra al fabricante A, mientras que a los fabricantes B y C se le compra un 25% a cada uno. El porcentaje de componentes defectuosos es de un 5% para el fabricante A, el 10% para el fabricante B y el 12% para el fabricante C.

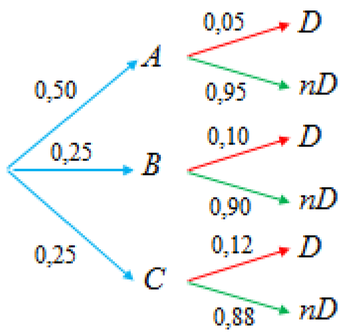
a) Construir el diagrama de árbol con las probabilidades asignadas. (0,5 ptos)

b) El Departamento de Control de la Calidad escoge un circuito al azar en el almacén, hallar la probabilidad de que contenga componentes defectuosos. (1 pto)

c) Escogido al azar un circuito que no tiene componentes defectuosos, ¿qué porcentaje de dichos componentes han sido vendidos por el proveedor B? (1 pto)

Solución:

a) Si se designa por $D$ el suceso "componente defectuoso" y por $nD$ su contrario, con los datos del problema se obtiene el diagrama de árbol de la derecha.




b) Por la probabilidad total:

$$P(D)=P(A)\cdot P(D/A)+P(B)\cdot P(D/B)+P(C)\cdot P(D/C)=$$

$$= 0,50 \cdot 0,05 + 0,25 \cdot 0,10 + 0,25 \cdot 0,12 = 0,08.$$

Por tanto,

$$P(nD)=1-P(D) = 1 - 0,08 = 0,92.$$

c) Por la probabilidad condicionada:

$$P(B/nD)=\frac{P(B)\cdot P(nD/B)}{P(nD)}=\frac{0,25\cdot 0,90}{0,92}=\frac{225}{920}\approx 0,245.$$

**35**. Islas Canarias, julio 19, opción A

4. En un supermercado se sabe que el 55% de los clientes traen su propia bolsa. El 30% de los que traen su propia bolsa son hombres y el 40% de los que notraen su propia bolsa son mujeres.

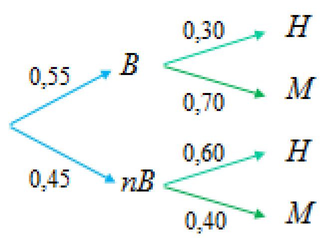
a) Construir el árbol de probabilidades descrito en el enunciado. (0,5 ptos)

b) ¿Qué proporción de clientes son mujeres? (1 pto)

c) Si un cliente elegido al azar es hombre, ¿qué probabilidad hay de que haya traído su propia bolsa? (1 pto)

Solución:

a) Si se designa por $B$ el suceso "ir con bolsa" y por $nB$ su contrario; y por $H$ y $M$ ser hombre o mujer, respectivamente, con los datos del problema se obtiene el diagrama de árbol de la derecha.




b) Por la probabilidad total:

$$P(M)=P(B)\cdot P(M/B)+P(nB)\cdot P(M/nB)=$$

$$= 0,55 \cdot 0,70 + 0,45 \cdot 0,40 = 0,565.$$

Por tanto,

$$P(H)=1-P(M) = 1 - 0,565 = 0,435.$$

c) Por la probabilidad condicionada:

$$P(B/H)=\frac{P(B)\cdot P(H/B)}{P(H)}=\frac{0,55\cdot 0,30}{0,435}=\frac{165}{435}\approx 0,38.$$

**36**. Islas Canarias, julio 19, opción B

4. Una compañía que fabrica ventiladores de CPU sabe que el tiempo de vida (en meses) de sus ventiladores se distribuye según una normal, de media igual a 18 meses y desviación típica 3,6 meses. Elegido un ventilador al azar:

a) Calcular la probabilidad de que funcione como mucho 16 meses. (0,75 ptos)

b) Calcular la probabilidad de que funcione al menos 1año. (0,75 ptos)

c) Calcular la probabilidad de que funcione entre 1 y 2 años. (1 pto)

Solución:

El tiempo de vida de los ventiladores se ajusta a la distribución normal $N(18, 3{,}6)$.

Se tipifica haciendo el cambio: $Z=\dfrac{X-18}{3{,}6}$.

Con esto:

a) $P(X<16)=P\left(Z<\dfrac{16-18}{3{,}6}\right)=P(Z<-0{,}556)=1-P(Z<0{,}556)$ = 1– 0,7109 = 0,2891.

El valor de probabilidad 0,7109 se obtiene interpolando entre 0,7088 (correspondiente a $Z$ = 0,55) y 0,7123 (correspondiente a $Z$ = 0,56).

b) 1 año = 12 meses.

$$P(X>12)=P\left(Z>\dfrac{12-18}{3{,}6}\right)=P(Z>-1{,}67)=P(Z<1{,}67) = 0{,}9525.$$

(En este caso he redondeado el valor de $Z$ a 1,67).

c) Entre 1 y 2 años $\rightarrow$ entre 12 y 24 meses.

$$P(12<X<24)=P\left(\dfrac{12-18}{3{,}6}<Z<\dfrac{24-18}{3{,}6}\right)=P(-1{,}67<Z<1{,}67) =$$

$$= P(Z<1{,}67)-P(Z<-1{,}67)=P(Z<1{,}67)-\left(1-P(Z<1{,}67)\right) =$$

$$= 0{,}9525 - (1 - 0{,}9525) = 0{,}9050.$$

**37**. La Rioja, junio 19, propuesta A

**2.– (2 puntos)** La distribución del número de rapes capturados por los barcos pesqueros que salen a faenar en una cierta zona se ajusta a una normal de media 220. Se sabe que, tomando un barco al azar la probabilidad de que capture más de 250 es 0,1587.

(I) Calcula la desviación típica de la distribución.

(II) Calcula el número de rapes que un barco debe capturar para estar en el percentil 95.

(Véase la tabla simplificada de la **normal tipificada** que aparece al final del examen)

Solución:

La distribución es una normal $N(220, \sigma) \to$ Se tipifica haciendo el cambio $Z=\dfrac{X-220}{\sigma}$.

(I) Si $P(X>250)=0{,}1587 \Rightarrow P\left(Z>\dfrac{250-220}{\sigma}\right)=0{,}1587 \Leftrightarrow P\left(Z<\dfrac{250-220}{\sigma}\right)=0{,}8413$.

Por los valores de probabilidad dados en la tabla $N(0, 1)$, se tiene que:

$$\frac{250-220}{\sigma}=1 \Rightarrow \sigma=30.$$

(II) Hay que determinar el valor de $n$ tal que

$$P(X<n)=0{,}95 \Rightarrow P\left(Z<\frac{n-220}{30}\right)=0{,}95 \Rightarrow \frac{n-220}{30}=1{,}645 \Rightarrow n = 269{,}35.$$

**38**. La Rioja, junio 19, propuesta B

**2.– (2 puntos)** Se tienen tres urnas: A, B y C. La urna A contiene dos bolas blancas y tres negras, la B tres bolas blancas y dos negras, la C cuatro bolas blancas y una negra. Se lanza un dado y se toman dos bolas de una urna: de la urna A si sale un 1, 2 ó 3, de la urna B si sale un 4 ó 5 y de la urna C si sale un 6.

(I) Calcula la probabilidad de obtener dos bolas blancas.

(II) Suponiendo que las dos bolas extraídas son blancas, calcula la probabilidad de que se hayan extraído de la primera urna.

Solución:

Se designan por $A$, $B$ y $C$ los sucesos elegir urna A, b y C, respectivamente; y por $b$ y $n$ los sucesos bola blanca o negra en cada urna; $bb$ indica que se extraen dos bolas blancas.

Por los datos del problema se sabe que:

$$P(A)=\frac{3}{6};\ P(B)=\frac{2}{6},\ P(C)=\frac{1}{6}.$$

La composición de las urnas es: A ≡ [2$b$, 3$n$]; B ≡ [3$b$, 2$n$]; C ≡ [4$b$, 1$n$].

La probabilidad de obtener 2 bolas blancas en cada urna será:

$$P(bb/A)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10};\ P(bb/B)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10};\ P(bb/C)=\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{12}{20}=\frac{6}{10}.$$

(I) Por la probabilidad total:

$$P(bb) = P(A)\cdot P(bb/A) + P(B)\cdot P(bb/B) + P(C)\cdot P(bb/C) =$$
$$= \frac{3}{6}\cdot\frac{1}{10} + \frac{2}{6}\cdot\frac{3}{10} + \frac{1}{6}\cdot\frac{6}{10} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}.$$

(II) Por Bayes:

$$P(A/bb) = \frac{P(A)\cdot P(bb/A)}{P(bb)} = \frac{\frac{3}{60}}{\frac{15}{60}} = \frac{1}{5}.$$

**39**. La Rioja, julio 19, propuesta A

**2.– (2 puntos)** El peso medio según la OMS de un niño de 5 años sigue una distribución normal de media 18,5 kg. y desviación típica 2,25 kg. Si se elige un niño al azar. Halla el porcentaje de niños

(I) cuyo peso es superior a 23 kg.

(II) cuyo peso está entre 15 y 23 kg.

(Véase la tabla simplificada de la **normal tipificada** que aparece al final del examen)

Solución:

La distribución es una normal $N$(18,5, 2,25) → Se tipifica haciendo el cambio $Z = \frac{X - 18,5}{2,25}$.

(I) $P(X > 23) = P\left(Z > \frac{23 - 18,5}{2,25}\right) = P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2)$ = 1 – 0,9772 = 0,0228.

Solo un 2,28 % de los niños de 5 años pesa más de 23 kg.

(II) $P(15 < X < 23) = P\left(\frac{15 - 18,5}{2,25} < Z < \frac{23 - 18,5}{2,25}\right) = P(-1,56 < Z < 2) =$

$= P(Z < 2) - P(Z < -1,56) = P(Z < 2) - (1 - P(Z < 1,56)) =$

= 0,9772 – (1 – 0,9406) = 0,9178 → el 91,78 %

**40**. La Rioja, julio 19, propuesta B

**1.– (2 puntos)** En un colegio se han ofertado para los niños de infantil tres actividades extraescolares Inglés (ING), Multideporte (MUL) y Robótica (ROB), con dos rangos de edad de 3 a 4 años (MP) y de 5 a 6 años(MG). Se sabe que se han apuntado a alguna actividad un total de 300 niños. De ellos, hay 100 que tienen entre 3 y 4 años, de los cuales 82 hacen Inglés y 10 han elegido Multideporte. Se sabe que al grupo de Robótica se han apuntado 83 niños, y hay 105 niños de entre 5 y 6 años que se han apuntado a Inglés.

(I) Toma un niño al azar, halla las siguientes probabilidades: $P(MG)$, $P(MUL)$, $P(MP \cap ROB)$, $P(ROB|MP)$ y $P(MG|ING)$.

(II) Comprueba que el suceso MUL es independiente de la edad del niño.

Solución:
Con los datos del problema se puede construir la siguiente tabla de contingencia.
En negro se indican los datos dados en el problema; en rojo los deducidos.

| Vuelos | Número | Inglés (*ING*) | Multideporte (*MUL*) | Robótica (*ROB*) |
|---|---|---|---|---|
| 3–4 años (*MP*) | 100 | 82 | 10 | 8 |
| 5–6 años (*MG*) | 200 | 105 | 20 | 75 |
| Totales | 300 | 187 | 30 | 83 |

Atendiendo a los datos de la tabla:

(I) $P(MG) = \dfrac{200}{300} = \dfrac{2}{3} \approx 0,667$; $\quad P(MUL) = \dfrac{30}{300} = \dfrac{1}{10} = 0,1$;

$P(MP \cap ROB) = \dfrac{8}{300} = \dfrac{2}{75} \approx 0,027$; $\quad P(ROB/MP) = \dfrac{8}{100} = 0,08$;

$P(MG/ING) = \dfrac{105}{187} = 0,561$.

(II) Efectivamente, pues tienen la misma probabilidad.

$P(MUL/MP) = \dfrac{10}{100} = 0,1$; $\quad P(MUL/MG) = \dfrac{20}{200} = 0,1$.

→ Otra posible respuesta es comprobar que los sucesos *MUL* y *MP* son independientes entre sí. Se comprueba viendo que $P(MUL \cap MP) = P(MUL) \cdot P(MP)$.

Igualmente, los sucesos *MUL* y *MG* son independientes entre sí, pues $P(MUL \cap MG) = P(MUL) \cdot P(MG)$.

**41**. Madrid, junio 19, opción A

**Ejercicio 4**. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

La probabilidad de que un pez de una determinada especie sobreviva más de 5 años es del 10 %. Se pide:

a) (1 punto) Si en un acuario tenemos 10 peces de esta especie nacidos este año, hallar la probabilidad de que al menos dos de ellos sigan vivos dentro de 5 años.

b) (1.5 puntos) Si en un tanque de una piscifactoría hay 200 peces de esta especie nacidos este mismo año, usando una aproximación mediante la distribución normal correspondiente, hallar la probabilidad de que al cabo de 5 años hayan sobrevivido al menos 10 de ellos.

Solución:

a) El experimento puede estudiarse como una binomial, con $n$ = 10 y $p$ = 0,1: $B$(10, 0,1).
Sea $X$ la variable aleatoria que mide el número de peces que siguen vivos después de 5 años.
Con esto:

$$P(X\geq 2)=1-P(X=0)-P(X=1) = 1-\binom{10}{0}\cdot 0{,}1^{0}\cdot 0{,}9^{10}-\binom{10}{1}\cdot 0{,}1^{1}\cdot 0{,}9^{9} =$$

$$= 1-0{,}9^{10}-10\cdot 0{,}1^{1}\cdot 0{,}9^{9} = 1 - 0{,}3486\ldots - 0{,}3874\ldots \approx 0{,}264.$$

b) Hay que estudiar la binomial $B$(200, 0,1).
Puede aproximarse por la normal $N\left(200\cdot 0{,}1,\ \sqrt{200\cdot 0{,}1\cdot 0{,}9}\right)\to N(20,\ 4{,}24)$.

Se tipifica haciendo el cambio $Z=\dfrac{X-20}{4{,}24}$.

También debe hacerse la corrección de continuidad.
Por tanto:

$$P(X\geq 10)=P(X'>9{,}5)=P\left(Z>\frac{9{,}5-20}{4{,}24}\right)\approx P(Z>-2{,}48) = P(Z<2{,}48)=0{,}9934.$$

**42**. Madrid, junio 19, opción B

**Ejercicio 4**. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Una compañía farmacéutica vende un medicamento que alivia la dermatitis atópica en un 80 % de los casos. Si un enfermo es tratado con un placebo, la probabilidad de mejoría espontánea es del 10 %. En un estudio experimental, la mitad de los pacientes han sido tratados con el medicamento y la otra mitad con un placebo.

a) (1 punto) Determinar cuál es la probabilidad de que un paciente elegido al azar haya mejorado.

b) (1.5 puntos) Si un paciente elegido al azar ha mejorado, hallar la probabilidad de que haya sido tratado con el medicamento.

Solución:

Sea $M$ el suceso que indica que a un paciente se le administra el medicamento, y $X$ que se le administra un placebo.
Se designa por "+" el suceso que indica mejoría, por cualquiera de los dos métodos.
Con esto, se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(M)=0{,}5;\ P(+/M)=0{,}80; \qquad P(X)=0{,}5;\ P(+/X)=0{,}10;$$

a) La probabilidad de que un paciente elegido al azar haya mejorado será:

$$P(+)=P(M)\cdot P(+/M)+P(X)\cdot P(+/X) = 0{,}5\cdot 0{,}80 + 0{,}5\cdot 0{,}10 = 0{,}45.$$

b) Por Bayes:

$$P(M/+)=\frac{P(M)\cdot P(+/M)}{P(+)} = \frac{0{,}5\cdot 0{,}80}{0{,}45}=\frac{40}{45}=\frac{8}{9}.$$

## 43. Madrid, julio 19, opción A

**Ejercicio 4**. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Una empresa ha llevado a cabo un proceso de selección de personal.

a) (1.25 puntos) Se sabe que el 40 % del total de aspirantes han sido seleccionados en el proceso. Si entre los aspirantes había un grupo de 8 amigos, calcule la probabilidad de que al menos 2 de ellos hayan sido seleccionados.

b) (1.25 puntos) Las puntuaciones obtenidas por los aspirantes en el proceso de selección siguen una distribución normal, $X$, de media $5.6$ y desviación típica $\sigma$. Sabiendo que la probabilidad de obtener una puntuación $X \leq 8.2$ es $0.67$, calcule $\sigma$.

Solución:

a) El experimento puede estudiarse como una binomial, con $n = 8$ y $p = 0,4$: $B(8, 0,4)$.

Si $X$ es la variable aleatoria que mide el número de amigos que han sido seleccionados en dicho proceso, se tiene que $P(X=r)=\binom{8}{r}\cdot 0,4^r\cdot 0,6^{8-r}$.

Entonces, como "al menos 2" es $X \geq 2$:

$$P(X\geq 2)=1-P(X=0)-P(X=1) = 1-\binom{8}{0}\cdot 0,4^0\cdot 0,6^8-\binom{8}{1}\cdot 0,4^1\cdot 0,6^7 =$$

$= 1 – 0,6^8 – 8 \cdot 0,4 \cdot 0,6^7 \approx 0,8936$.

→ Puede recordarse que $\binom{n}{r}=\dfrac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$. Así, por ejemplo $\binom{8}{1}=\dfrac{8!}{1!\cdot 7!}=8$.

b) La distribución es una normal $N(5,6, \sigma)$ → Se tipifica haciendo el cambio $Z=\dfrac{X-5,6}{\sigma}$.

Si $P(X\leq 8,2)=0,67 \Rightarrow P\left(Z<\dfrac{8,2-5,6}{\sigma}\right)=0,67$.

Por los valores de probabilidad dados en la tabla $N(0, 1)$, se tiene que:

$$\frac{8,2-5,6}{\sigma}=0,44\Rightarrow \sigma=\frac{2,6}{0,44}\approx 5,9.$$

## 44. Madrid, julio 19, opción B

**Ejercicio 4**. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Un concesionario dispone de vehículos de baja y alta gama, siendo los de alta gama 1/3 de las existencias. Entre los de baja gama, la probabilidad de tener un defecto de fabricación que obligue a revisarlos durante el rodaje es del 1.6 %, mientras que para los de alta gama es del 0.9 %. En un control de calidad preventa, se elige al azar un vehículo para examinarlo.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que el vehículo elegido resulte defectuoso.

b) (1.5 puntos) Si se comprueba que el vehículo elegido es defectuoso, calcule la probabilidad de que sea de gama baja.

Solución:

Sean los sucesos:

$A$ = vehículo de alta gama; $B$ = vehículo de baja gama; $D$ = vehículo con defecto.

Se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A)=\frac{1}{3};\ P(B)=\frac{2}{3};\ P(D/A)=0,009;\ P(D/B)=0,016.$$

a) Por la probabilidad total:

$$P(D)=P(A)\cdot P(D/A)+P(B)\cdot P(D/B) = \frac{1}{3}\cdot 0,009+\frac{2}{3}\cdot 0,016=\frac{41}{3000}\approx 0,01366...$$

b) Por la probabilidad condicionada:

$$P(B/D)=\frac{P(B)\cdot P(D/B)}{P(D)}=\frac{\frac{2}{3}\cdot 0,016}{\frac{41}{3000}}=\frac{32}{41}\approx 0,78.$$

<u>**45**. Murcia, junio 19, opción A</u>

**A.4:** (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

El tiempo de duración de las bombillas de una cierta marca, medido en horas, sigue una distribución normal de media $\mu$ y desviación típica $\sigma$. Se sabe que el $69,50\%$ de las bombillas duran menos de 5061,2 horas, y que el $16,60\%$ de de las bombillas duran más de 5116,4 horas.

a) **[1 p.]** ¿Cuál es la probabilidad de que una bombilla de esta marca dure entre 5061,2 y 5116,4 horas?

b) **[1,5 p.]** Calcule la media y la desviación típica de esta distribución normal.

<u>Solución</u>:

La distribución es una normal $N(\mu, \sigma)$ → Se tipifica haciendo el cambio $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$.

Se sabe que:

$$P(X<5061,2)=0,6950 \text{ y } P(X>5116,4)=0,1660.$$

a) Como $P(X<5116,4)=1-0,1660=0,834$ y

$$P(5061,2<X<5116,4)=P(X<5116,4)-P(X<5061,2)\Rightarrow$$

$$P(5061,2<X<5116,4)=0,834-0,695=0,139.$$

b) Por los valores de probabilidad dados en la tabla $N(0, 1)$ se tendrá:

$$P(X<5061,2)=P\left(Z<\frac{5061,2-\mu}{\sigma}\right)=0,6950 \Rightarrow \frac{5061,2-\mu}{\sigma}=0,51;$$

$$P(X<5116,4)=P\left(Z<\frac{5116,4-\mu}{\sigma}\right)=0,8340 \Rightarrow \frac{5116,4-\mu}{\sigma}=0,97.$$

Se obtiene el sistema:

$$\begin{cases}\mu+0,51\sigma=5061,2\\ \mu+0,97\sigma=5116,4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mu+0,51\sigma=5061,2\\ 0,46\sigma=55,2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mu=5000\\ \sigma=120\end{cases}.$$

**46**. Murcia, junio 19, opción B

**B.4:** (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

La probabilidad de que un determinado equipo de fútbol gane cuando juega en casa es $\frac{2}{3}$, y la probabilidad de que gane cuando juega fuera es $\frac{2}{5}$.

a) **[1 p.]** Sin saber dónde jugará el próximo partido, calcule la probabilidad de que gane.

b) **[1,5 p.]** Si ganó el último partido del campeonato, ¿cuál es la probabilidad de que jugara en casa?

Solución:

Sean los sucesos:

$C$ = jugar en casa; $F$ = jugar fuera; $G$ = ganar.

Se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(C)=0,5;\ P(F)=0,5;\ P(G/C)=\frac{2}{3};\ P(G/F)=\frac{2}{5}.$$

a) Por la probabilidad total:

$$P(G)=P(C)\cdot(G/C)+P(F)\cdot P(G/F)\ =\ 0,5\cdot\frac{2}{3}+0,5\cdot\frac{2}{5}=\frac{8}{15}\approx 0,5333...$$

b) Por la probabilidad condicionada:

$$P(C/G)=\frac{P(C)\cdot P(G/C)}{P(G)}=\frac{0,5\cdot\frac{2}{3}}{\frac{8}{15}}=\frac{5}{8}=0,625.$$

**47**. Murcia, septiembre 19

**A.4:** (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

La probabilidad de que una flecha dé en la diana es 0,40. Si se lanzan 9 flechas, determine:

a) **[1 p.]** Qué tipo de distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de flechas que dan en la diana.

b) **[0,5 p.]** Cuál es la media y la desviación típica de esta distribución.

c) **[1 p.]** Cuál es la probabilidad de que al menos 5 flechas den en la diana.

Solución:

a) El experimento puede estudiarse como una binomial con $n$ = 9 y $p$ = 0,40: $B$(9, 0,4).

b) La media es $\mu=n\cdot p=9\cdot 0,40=3,6$.

La desviación típica es $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot q}=\sqrt{9\cdot 0,40\cdot 0,60}=\sqrt{2,16}\approx 1,4697$.

$\to$ $q$ es la probabilidad del contrario de acertar: $q = 1 - p$ = 0,60.

c) Si $X$ es la variable aleatoria que mide el número de dianas al lanzar 9 flechas, se tiene que $P(X=r)=\binom{9}{r}\cdot 0,4^r\cdot 0,6^{9-r}$.

Entonces,

$$P(X\geq 5)=P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)+P(X=9)=$$

$$=\binom{9}{5}\cdot 0,4^5\cdot 0,6^4+\binom{9}{6}\cdot 0,4^6\cdot 0,6^3+\binom{9}{7}\cdot 0,4^7\cdot 0,6^2+\binom{9}{8}\cdot 0,4^8\cdot 0,6^1+\binom{9}{9}\cdot 0,4^9\cdot 0,6^0=$$

$$=126\cdot 0,4^5\cdot 0,6^4+84\cdot 0,4^6\cdot 0,6^3+36\cdot 0,4^7\cdot 0,6^2+9\cdot 0,4^8\cdot 0,6^1+1\cdot 0,4^9\cdot 0,6^0\approx 0,2666.$$

$\to$ El valor de $\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$. En particular, $\binom{9}{5}=\frac{9!}{5!\cdot(9-5)!}=\frac{9!}{5!\cdot 4!}=\frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=126$.

**48**. <u>Murcia, septiembre 19</u>

**B.4:** (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

El $60\%$ de los coches de una marca se fabrican en su factoría de Valencia, el $25\%$ en Madrid, y el resto en Lisboa. El $1\%$ de los coches fabricados en Valencia tiene algún defecto de fabricación, mientras que para los coches fabricados en Madrid y en Lisboa estos porcentajes son del $0,5\%$ y del $2\%$, respectivamente.

a) **[1 p.]** Elegido al azar un coche de esa marca, calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.

b) **[1,5 p.]** Si un coche de esa marca resulta ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en Madrid?

<u>Solución</u>:

Sean los sucesos:

$V$ = coche fabricado en Valencia; $M$ = coche fabricado en Madrid;
$L$ = coche fabricado en Lisboa; $D$ = coche con defecto.

Se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(V)=0,60;\ P(M)=0,25;\ P(L)=0,15;$$

$$P(D/V)=0,01;\ P(D/M)=0,005;\ P(D/L)=0,02.$$

a) Por la probabilidad total, la probabilidad de que un coche sea defectuoso será:

$$P(D)=P(V)\cdot(D/V)+P(M)\cdot P(D/M)+P(L)\cdot P(D/L)=$$

$$= 0,60 \cdot 0,01 + 0,25 \cdot 0,005 + 0,15 \cdot 0,02 = 0,01025.$$

Por tanto, la probabilidad de que no sea defectuoso será,

$$P(\overline{D})=1-P(D)=0,98975.$$

b) Por la probabilidad condicionada (Bayes):

$$P(M/D)=\frac{P(M)\cdot P(D/M)}{P(D)}=\frac{0,25\cdot 0,005}{0,01025}\approx 0,1220\to 12,2\ \%.$$

**49**. País Vasco, junio 19, opción A

## Ejercicio A5

Sobre una mesa tengo tres cajas con botones; la primera caja tiene 3 botones, la segunda 5 y la tercera 4. Cada una de las cajas contiene un solo botón rojo. Si elijo al azar una caja y saco de ella un botón al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea un botón rojo?

b) Si he sacado un botón rojo, ¿cuál es la probabilidad de pertenezca a la primera caja?

Solución:
Se designan con [I], [II] y [III] las cajas primera, segunda y tercera. La probabilidad de elegir cada caja es la misma.
Si $R$ designa el suceso extraer un botón rojo de una caja, entonces, de acuerdo con el enunciado se tienen las siguientes probabilidades:

$$P([\mathrm{I}]) = P([\mathrm{II}]) = P([\mathrm{III}]) = \frac{1}{3};\ P(R/[\mathrm{I}]) = \frac{1}{3};\ P(R/[\mathrm{II}]) = \frac{1}{5};\ P(R/[\mathrm{III}]) = \frac{1}{4}.$$

a) Por la probabilidad total, la probabilidad de que un coche sea defectuoso será:

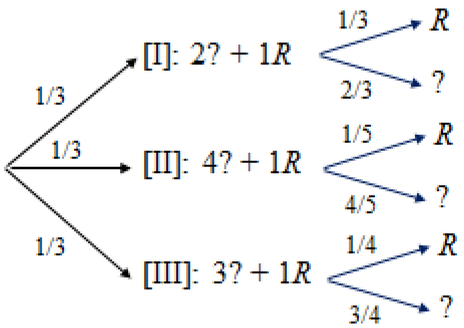
$$P(R) = P([\mathrm{I}])\cdot P(R/[\mathrm{I}]) + P([\mathrm{II}])\cdot P(R/[\mathrm{II}]) + P([\mathrm{III}])\cdot P(R/[\mathrm{III}]) =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4} = \frac{47}{180} \approx 0,26.$$

b) Por la probabilidad condicionada (Bayes):

$$P([\mathrm{I}]/R) = \frac{P([\mathrm{I}])\cdot P(R/[\mathrm{I}])}{P(R)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{47}{180}} = \frac{20}{47} \approx 0,43$$

Podría hacerse un diagrama de árbol con el adjunto.




**50**. País Vasco, junio 19, opción B

## Ejercicio B5

Lanzamos un dado de seis caras 6000 veces. Calcular la probabilidad de que el número de veces que salga el 5

a) sea superior a 1500.

b) esté comprendido entre 1000 y 1100.

Solución:
Es un experimento binomial $B(n, p)$, con $n = 6000$, $p = 1/6$ (la probabilidad de que salga 5) y $q = 5/6$.
Como $n$ es muy grande y $np = 1000$, esta binomial puede aproximarse mediante la normal de media $\mu = np$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{npq}$; que a su vez se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$.

Esto es: $B(n,\ p) \sim N\left(np,\ \sqrt{npq}\right) \to B\left(6000,\ \dfrac{1}{6}\right) \sim N\left(1000,\ \sqrt{1000 \cdot \dfrac{5}{6}}\right) \equiv N(1000,\ 28{,}87)$.

Con esto:

a) $P(X > 1500) = P\left(Z > \dfrac{1500-1000}{28{,}87}\right) = P(Z > 17{,}32) = 0$.

Es prácticamente imposible que el número 5 salga más de 1500 veces.
→ Podría hacerse la corrección de continuidad, pero en este caso, al ser *n* tan grande, la probabilidad no cambia.

$$P(X > 1500) = P(X' > 1500{,}5) = P\left(Z > \frac{1500{,}5-1000}{28{,}87}\right) = P(Z > 17{,}34) = 0.$$

b) $P(1000 < X < 1100) = P\left(\dfrac{1000-1000}{28{,}87} < Z < \dfrac{1100-1000}{28{,}87}\right) =$

$= P(0 < Z < 3{,}46) = P(Z < 3{,}46) - P(Z < 0)$ = 0,9996 – 0,5000 = 0,4996.

<u>**51**. País Vasco, julio 19, opción A</u>

**Ejercicio A5**

Una caja tiene 3 monedas $R$, $L$ y $M$. La moneda $R$ es normal, la $L$ tiene cara por los dos lados y la $M$ está trucada, de forma que la probabilidad de salir cara es $1/5$. Se tira una moneda elegida al azar.

a) Calcular la probabilidad que se obtenga cara.

b) Si ha salido cruz, ¿cuál es la probabilidad que sea la moneda $R$?

<u>Solución</u>:

En la moneda *R*, la probabilidad de cara $P(C/R) = \dfrac{1}{2}$.

En la moneda *L*, la probabilidad de cara $P(C/L) = 1$.

En la moneda *M*, la probabilidad de cara $P(C/M) = \dfrac{1}{5}$.

Se supone que la probabilidad de elegir cada una de las monedas es la misma, 1/3.

a) Por la probabilidad total:

$$P(C) = P(R)\cdot P(C/R) + P(L)\cdot P(C/RL) + P(M)\cdot P(C/M) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\cdot 1 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5} = \frac{17}{30}.$$

Por tanto, la probabilidad de cruz, $P(X) = 1 - P(C) = 1 - \dfrac{17}{30} = \dfrac{13}{30}$.

b) Por la probabilidad condicionada (Bayes):

$$P(R/X) = \frac{P(R)\cdot P(X/R)}{P(X)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{13}{30}} = \frac{5}{13}$$

Podría hacerse un diagrama de árbol similar al del problema 49.

**52**. País Vasco, julio 19, opción B

## Ejercicio B5

Los resultados obtenidos en una prueba realizada a 500 estudiantes se distribuyen normalmente con media 40 puntos y desviación típica 10 puntos.

a) ¿Qué porcentaje del alumnado tiene una puntuación entre 30 y 60 puntos?

b) ¿Cuántos estudiantes tienen una puntuación superior a 60 puntos?

Solución:

La distribución es una normal $N(40, 10)$ → Se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X-40}{10}$.

a) $P(30 < X < 60) = P\left(\dfrac{30-40}{10} < Z < \dfrac{60-40}{10}\right) = P(-1 < Z < 2) =$

$= P(Z<2) - P(Z<-1) = P(Z<2) - (1 - P(Z<1))$ = 0,9772 – (1 – 0,8413) = 0,8185.

b) Para un estudiante,

$P(X > 60) = P\left(Z > \dfrac{60-40}{10}\right) = P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2)$ = 1 – 0,9772 = 0,0228.

Entre los 500 estudiantes, como 500 · 0,0228 = 11,4, cabe esperar que 11 o 12 de ellos tendrán una puntuación superior a 60 puntos.