Solución de los Problemas Propuestos

1. Halla el intervalo solución de las siguientes inecuaciones:

a) $-x+2<3$; b) $\dfrac{x-1}{2}\geq x+3$; c) $2x\leq 3+5x$; d) $2x-2-\dfrac{2-3x}{5}\geq x+\dfrac{1}{2}$.

Solución:

a) $-x+2<3 \to$ (se trasponen la x y el 3) $\to$ $2-3<x \Rightarrow x>-1$. Intervalo $(-1, +\infty)$.

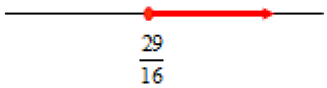
b) $\dfrac{x-1}{2}\geq x+3 \to$ (se multiplica por 2) $\to$ $2\cdot\dfrac{x-1}{2}\geq 2\cdot(x+3)\Rightarrow x-1\geq 2x+6 \to$

(se trasponen la x y el 6) $\to$ $-1-6\geq 2x-x \Rightarrow -7\geq x \Rightarrow x\leq -7$. Intervalo $[-7, +\infty)$.

c) $2x\leq 3+5x \to$ (se trasponen $2x$ y 3) $\to$ $-3\leq 5x-2x\Rightarrow -3\leq 3x\Rightarrow -1\leq x\Rightarrow x\geq -1 \to [-1, +\infty)$.

d) $2x-2-\dfrac{2-3x}{5}\geq x+\dfrac{1}{2}$ $\to$ (se multiplica por 10, después se trasponen términos, se agrupa y se despeja) $\to$ $20x-20-2\cdot(2-3x)\geq 10x+5\Rightarrow 20x-10x+6x\geq 5+20+4 \Rightarrow$

$\Rightarrow 16x\geq 29\Rightarrow x\geq \dfrac{29}{16}$.



2. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x^2-3>0$; b) $1-x^2>0$; c) $2x^2-6x\leq 0$; d) $(x+3)(2x-5)<0$;

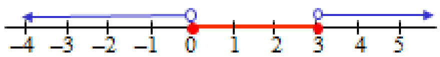
e) $x^2+5x-14<0$; f) $2x^2-4x+2\geq 0$; g) $x^2+2<0$; h) $x^3\leq -8$.

Solución:

a) $x^2-3>0 \Rightarrow x^2>3 \Rightarrow x>\sqrt{3}$ o $x<-\sqrt{3}$. Intervalo $x\in\left(-\infty,\ -\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3},\ +\infty\right)$.

b) $1-x^2>0 \Rightarrow 1>x^2 \Rightarrow x^2<1 \Rightarrow -1<x<1$.

c) $2x^2-6x\leq 0 \Rightarrow 2x(x-3)\leq 0$.



Las soluciones de la ecuación $2x(x-3)=0$ son $x = 0$ y $x = 3$.

Puede hacerse una tabla como la siguiente.

Intervalo	$(-\infty, 0)$	$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
Signo de $2x$	–	+	+
Signo de $(x-3)$	–	–	+
Signo de $2x(x-3)$	$(-)(-)\to(+)$	$(+)(-)\to\boxed{(-)}$	$(+)(+)\to(+)$

En consecuencia, las soluciones de la inecuación $2x^2-6x\leq 0$ son: $x \in [0, 3]$.

d) $(x+3)(2x-5)<0$ $\to$ los factores se anulan en $x = -3$ y $x = 5/2$, respectivamente.

Se consideran los intervalos $(-\infty, -3)$, $(-3, 5/2)$ y $(5/2, +\infty)$

Los signos de los factores $(x+3)$ y $(2x-5)$ son, respectivamente:

$(-)(-)\to(+)$; $(+)(-)\to(-)$; $(+)(+)\to(+)$.

En consecuencia, las soluciones de la inecuación $(x+3)(2x-5)<0$ son: $x \in (-3, 5/2)$.

e) $x^2+5x-14<0$.

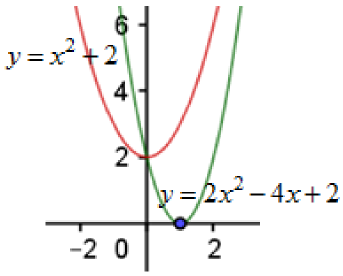
Resolviendo la ecuación $x^2+5x-14=0 \Rightarrow x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2+4\cdot 14}}{2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{81}}{2}=\dfrac{-5\pm 9}{2}=\begin{cases}-7\\ 2\end{cases}$.

Hay que estudiar el signo de $x^2+5x-14=(x+7)(x-2)$.

Se consideran los intervalos (–∞, –7), (–7, 2) y (2, +∞).
Los signos de los factores $(x+7)$ y $(x-2)$ son, respectivamente:
(–)(–) → (+); (+)(–) → (–); (+)(+) → (+).
Las soluciones de la inecuación $x^2+5x-14<0$ son los valores de $x \in (-7, 2)$.

f) $2x^2-4x+2\geq 0 \to 2x^2-4x+2=0 \Rightarrow x=\dfrac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 2\cdot 2}}{2\cdot 2}=\dfrac{4}{4}=1 \Rightarrow$

$2x^2-4x+2=2\left(x^2-2x+1\right)=2\left(x-1\right)^2\geq 0$.



Por tanto, $2x^2-4x+2\geq 0$ siempre: para todo $x \in \mathbf{R}$.

g) $x^2+2<0 \to$ no tiene solución: el cuadrado de cualquier número, x, siempre es positivo; si se le suma 2, seguirá siendo positivo.

Observación para f) y g). Como puede verse, las gráficas de las parábolas $y=2x^2-4x+2$ e $y=x^2+2$ nunca toman valores negativos.

h) $x^3\leq -8 \to x\leq\sqrt[3]{-8} \Rightarrow x\leq -2$.

3. Resuelve las siguientes inecuaciones de tercer grado:

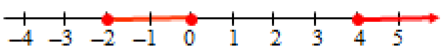
a) $(x+2)\left(x^2-4x\right)\geq 0$ b) $(x-1)(1+x^2)>0$ c) $(x-1)(x-3)(x-5)<0$

Solución:
En todos los casos hay que estudiar los signos de los factores.

a) $(x+2)\left(x^2-4x\right)\geq 0$.

1) Se continua la descomposición factorial:
$(x+2)\left(x^2-4x\right)=0 \Leftrightarrow (x+2)\cdot(x-4)\cdot x=0$.

2) Se representan las raíces $x = -2$, $x = 0$ y $x = 4$.



Se obtienen los intervalos:
$x<-2$, $-2<x<0$, $0<x<4$, $x>4$.

3) Los signos de los factores de $(x+2)\cdot(x-5)\cdot x$ son, respectivamente:
(–)(–)(–) → (–); (+)(–)(–) → (+); (+)(–)(+) → (–); (+)(+)(+) → (+).
Los extremos de los intervalos cumplen la igualdad a 0.

4) En consecuencia, las soluciones de la inecuación son: $-2\leq x\leq 0$ o $x\geq 4$.

b) $(x-1)(1+x^2)>0$.

El segundo factor siempre es positivo; por tanto, la solución serán todos los valore que verifiquen la inecuación $x-1>0$. Intervalo $x > 1$: (1, +∞).

c) $(x-1)(x-3)(x-5)<0$.
Puede recurrirse a la tabla:

Intervalo	(–∞, 1)	(1, 3)	(3, 5)	(5, +∞)
Signo de (x –1)	–	+	+	+
Signo de (x –3)	–	–	+	+
Signo de (x – 5)	–	–	–	+
Signo $(x-1)(x-3)(x-5)$	$(-)(-)(-)\to\boxed{(-)}$	$(+)(-)(-)\to(+)$	$(+)(+)(-)\to\boxed{(-)}$	$(+)(+)(+)\to(+)$

En consecuencia, las soluciones de la inecuación son: $x<1$ o $3<x<5 \to x\in(-\infty,1)\cup(3,5)$.

4. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\dfrac{x-5}{x+2}<0$; b) $\dfrac{x-5}{x+2}\geq 0$; c) $\dfrac{2x-3}{x+2}>1$; d) $\dfrac{x-3}{x^2}\geq 0$; e) $\dfrac{x+6}{x+2}-x\leq 0$.

Representa gráficamente el conjunto de soluciones.
Solución:

a) Para resolver la inecuación $\dfrac{x-5}{x+2}<0$:

1) Se resuelven las ecuaciones $x-5=0$ ($\to x=5$) y $x+2=0$ ($\to x=-2$).
Se marcan ambas soluciones en la recta; determinan los intervalos:
(–∞, –2); (–2, 5); (5, +∞).

2) Se estudia el signo del numerador y denominador en cada intervalo:

- Si $x<-2$, tanto el numerador como el denominador son negativos → cociente positivo.
- Si $-2<x<5$, el numerador es negativo y el denominador positivo → cociente negativo.
- Si $x>5$, el numerador y el denominador son positivos → cociente positivo.

3) Por tanto, el intervalo solución de la inecuación dada es (–2, 5).

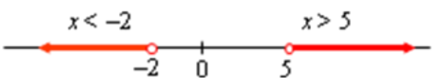
b) La inecuación $\dfrac{x-5}{x+2}\geq 0$ es la contraria de $\dfrac{x-5}{x+2}<0$.
Por tanto, sus soluciones son los valores de $x\in(-\infty,-2)\cup[5,+\infty)$.
(En x = –2 la inecuación no tiene sentido).

c) Hay que expresar la inecuación dada en la forma $\dfrac{P(x)}{Q(x)}<0$, para comparar el cociente con 0.

Después se procede como en los casos anteriores.

$$\frac{2x-3}{x+2}>1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+2}-1>0 \Rightarrow \frac{2x-3-x-2}{x+2}>0 \Rightarrow \frac{x-5}{x+2}>0 \Rightarrow \begin{cases} x-5>0 \text{ y } x+2>0 \\ x-5<0 \text{ y } x+2<0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x>5 \Rightarrow x\in(5,\ +\infty) \\ x<-2 \Rightarrow x\in(-\infty,\ -2) \end{cases}.$$



d) $\dfrac{x-3}{x^2}\geq 0$ → Hay que observar que el denominador nunca es negativo (teniendo en cuenta que se anula en x = 0). Por tanto, el signo del cociente solo depende del numerador, que se anula en x = 3.
Los intervalos que hay que considerar son: (–∞, 0); (0, 3); (3, +∞).
Los signos, respectivamente, son los que se indican: $\dfrac{(-)}{(+)}\to(-)$; $\dfrac{(-)}{(+)}\to(-)$; $\dfrac{(+)}{(+)}\to(+)$

La solución es el intervalo [3, +∞).

e) $\dfrac{x+6}{x+2}-x\le 0 \to$ (operando) $\to \dfrac{x+6-x\cdot(x+2)}{x+2}\le 0 \Rightarrow \dfrac{-x^2-x+6}{x+2}\le 0 \to$ se descompone en factores el numerador: $-x^2-x+6=-(x+3)(x-2) \to \dfrac{-(x+3)(x-2)}{x+2}\le 0$.

Conviene "dar la vuelta" a la inecuación y expresarla así: $\dfrac{(x+3)(x-2)}{x+2}\ge 0$.

El numerador se anula en $x = -3$ y $x = 2$; el denominador lo hace en $x = -2$.
Hay que considerar los intervalos: $(-\infty, -3)$; $(-3, -2)$; $(-2, 2)$; $(2, +\infty)$.
En esquema, los signos que se corresponden con cada uno de esos intervalos, respectivamente, son:

$$\frac{(-)\cdot(-)}{(-)}\to(-);\ \frac{(+)\cdot(-)}{(-)}\to(+);\ \frac{(+)\cdot(-)}{(+)}\to(-);\ \frac{(+)\cdot(+)}{(+)}\to(+).$$

Las soluciones de $\dfrac{x+6}{x+2}-x\le 0$ son los valores de $x \in (-3, -2) \cup (2, +\infty)$.

5. Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto:

a) $|2x+1|\le 5$ b) $|x+2|\ge 4$ c) $|x+1|>3$ d) $|x^2-2|<1$ e) $|x^2-2x|<1$

<u>Solución</u>:

a) $|2x+1|\le 5 \to$ debe cumplirse, a la vez, que $-5\le 2x+1\le 5$.

Restando 1 a los tres miembros y despejando:

$-5-1\le 2x\le 5-1 \Rightarrow -6\le 2x\le 4 \Rightarrow -3\le x\le 2 \to$ Intervalo $[-3, 2]$.

b) $|x+2|\ge 4 \to$ debe cumplirse alguna de las dos inecuaciones: $\begin{cases} x+2\le -4 \\ x+2\ge 4\end{cases}$.

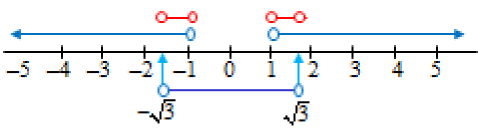
Despejando: $\begin{cases} x\le -6 \\ x\ge 2\end{cases} \to$ valores de $x\in(-\infty,\ -6]\cup[2,\ +\infty)$.

c) $|x+1|>3 \to$ debe cumplirse alguna de las dos inecuaciones: $\begin{cases} x+1< -3 \\ x+1> 3\end{cases}$.

Despejando: $\begin{cases} x< -4 \\ x> 2\end{cases} \to$ valores de $x\in(-\infty,\ -4)\cup(2,\ +\infty)$.

d) $|x^2-2|<1 \to$ debe cumplirse, a la vez, que $\begin{cases} x^2-2>-1 \\ x^2-2<1\end{cases}$.

Despejando: $\begin{cases} x^2>1 \to -1<x;\ x>1 \\ x^2<3 \to -\sqrt{3}<x<\sqrt{3}\end{cases}$.



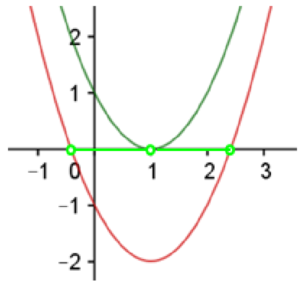
Los puntos comunes son $x\in\left(-\sqrt{3},\ -1\right)\cup\left(1,\ \sqrt{3}\right)$.

e) $|x^2-2x|<1 \to$ debe cumplirse, a la vez, que $\begin{cases} x^2-2x>-1 \\ x^2-2x<1\end{cases}$.

Despejando: $\begin{cases} x^2-2x+1>0 \to x\ne 1 \\ x^2-2x-1<0 \to 1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}\end{cases}$.

Las soluciones de la ecuación $x^2-2x-1=0$ son: $x=\dfrac{2\pm\sqrt{8}}{2}=\dfrac{2\pm 2\sqrt{2}}{2}=\begin{cases}1-\sqrt{2}\\ 1+\sqrt{2}\end{cases}$.

Los puntos comunes son: $x\in\left(1-\sqrt{2},\ 0\right)\cup\left(0,\ 1+\sqrt{2}\right)$.



Si se representan las parábolas $y=x^2-2x+1$ e $y=x^2-2x-1$, se observa:

1) $y=x^2-2x+1$ siempre es positiva; menos en x = 0, que vale 0.

2) $y=x^2-2x-1$ es negativa en el intervalo $\left(1-\sqrt{2},\ 1+\sqrt{2}\right)$.

Los puntos que cumplen ambas condiciones son los indicados.

6. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\sqrt{2x+1}\geq 3$ b) $\sqrt{x-1}<4$ c) $\sqrt{x^2+9}<5$ d) $\sqrt{x^2-5}\geq 2$

Solución:

En todos los casos conviene elevar al cuadrado. Después de resueltas las inecuaciones que se obtengan hay que comprobar que las soluciones tienen sentido.

a) $\sqrt{2x+1}\geq 3 \Rightarrow 2x+1\geq 9\Rightarrow 2x\geq 8\Rightarrow x\geq 4$.

b) $\sqrt{x-1}<4 \Rightarrow 0\leq x-1<16\Rightarrow 1\leq x<17 \rightarrow x\in[1, 17)$.

Un error frecuente es olvidar que el radicando tiene que ser mayor o igual que 0.

c) $\sqrt{x^2+9}<5 \Rightarrow 0\leq x^2+9<25 \Rightarrow -9\leq x^2<16$.

La desigualdad $-9\leq x^2$ se cumple siempre.

La desigualdad $x^2<16$ se cumple si $-4<x<4$.

Las dos a la vez, cuando $x\in(-4, 4)$.

d) $\sqrt{x^2-5}\geq 2 \Rightarrow x^2-5\geq 4\Rightarrow x^2\geq 9 \rightarrow x$ debe ser menor o igual que –3, o mayor o igual que 3.

La solución son los valores de $x\in\left(-\infty,\ -3\right]\cup\left[3,\ +\infty\right)$.

7. a) Representa gráficamente el conjunto de soluciones correspondiente al sistema:

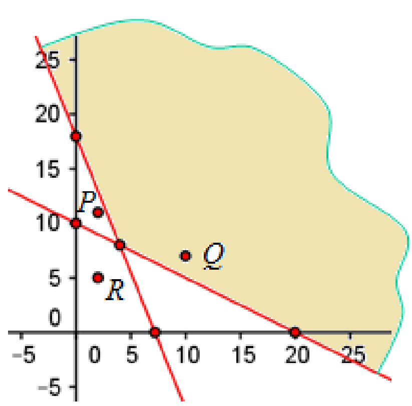
$$\begin{cases}x+2y\geq 20\\ 5x+2y\geq 36\end{cases}$$

Indica el vértice de la región de soluciones.

b) De los puntos $P(2, 11)$, $Q(10, 7)$ y $R(2, 5)$, indica los que no sean solución, explicando el porqué.

Solución:

a) Las inecuaciones $x+2y\leq 20$ y $5x+2y\geq 36$, determinan la región del plano sombreada en la figura adjunta. Se obtiene representando las rectas:



- $x+2y=20 \Leftrightarrow y=-\dfrac{1}{2}x+10 \rightarrow$ puntos (0, 10) y (20, 0).

Como (0, 0) no cumple la inecuación, los puntos solución de $x+2y\leq 20$ son los de semiplano de la derecha.

- $5x+2y=36 \Leftrightarrow y=-\dfrac{5}{2}x+18 \rightarrow$ puntos (0, 18) y (7,2, 0).

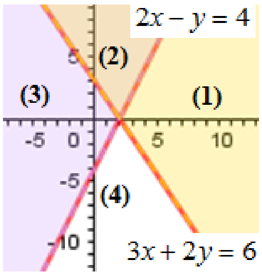
Como (0, 0) no cumple la inecuación, los puntos solución de

$5x+2y\geq 36$ son los de semiplano de la derecha.
El conjunto de soluciones del sistema es el ángulo sombreado.
El vértice es la solución del sistema:

$$\begin{cases} x+2y=20 \\ 5x+2y=36 \end{cases} \Rightarrow x = 4;\ y = 8. \text{ Punto } (4, 8).$$

b) El único punto que está en la región de soluciones es $Q(10, 7)$.
El punto $P(2, 11)$ cumple solo la segunda restricción; mientras que $R(2, 5)$ no cumple ninguna de las dos.
Nota: En este y en todos los problemas que siguen, las gráficas se han realizado con **GeoGebra**.

8. En la figura adjunta, las rectas $2x-y=4$ y $3x+2y=6$ dividen el plano en cuatro regiones: (1); (2); (3) y (4).
Escribe, para cada región, el sistema de inecuaciones que la determina.

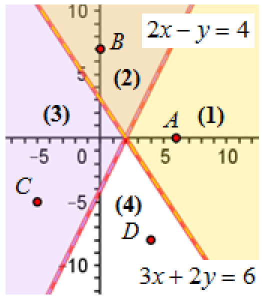


Solución:
Pueden tomarse puntos que estén en cada una de esas regiones y ver qué valor toman "en" cada recta: si toman valores menores que 4 o 6, respectivamente, significaría que cumplen las inecuaciones $2x-y<4$ y $3x+2y<6$.
Si sus valores son mayores, significaría lo contrario.

- Se elige, por ejemplo, el punto $A = (6, 0)$, que está en la región (1).

En $2x-y=4 \to 12 - 0 = 12 > 4 \Rightarrow A = (6, 0)$ es del semiplano $2x-y>4$.
En $3x+2y=6 \to 18 + 0 = 18 > 6 \Rightarrow A = (6, 0)$ es del semiplano $3x+2x>6$.

Por tanto, la región (1) queda determinada por el sistema $\begin{cases} 2x-y>4 \\ 3x+2y>6 \end{cases}$.



- El punto $B = (0, 7)$, que está en la región (2), cumple:

En $2x-y=4 \to 0 - 7 = -7 < 4 \Rightarrow B = (0, 7)$ es del semiplano $2x-y<4$.
En $3x+2y=6 \to 0 + 14 = 14 > 6 \Rightarrow B = (7, 0)$ es del semiplano $3x+2x>6$.

Por tanto, la región (2) queda determinada por el sistema $\begin{cases} 2x-y<4 \\ 3x+2y>6 \end{cases}$.

- El punto $C = (-5, -5)$, que está en la región (3), cumple:

En $2x-y=4 \to -10 + 5 = -5 < 4 \Rightarrow C = (-5, -5)$ es del semiplano $2x-y<4$.
En $3x+2y=6 \to -15 - 10 = -25 < 6 \Rightarrow C = (-5, -5)$ es del semiplano $3x+2x<6$.

Por tanto, la región (3) queda determinada por el sistema $\begin{cases} 2x-y<4 \\ 3x+2y<6 \end{cases}$.

- El punto $D = (4, -8)$, que está en la región (4), cumple:

En $2x-y=4 \to 8 + 8 = 16 > 4 \Rightarrow D = (4, -8)$ es del semiplano $2x-y>4$.
En $3x+2y=6 \to 12 - 16 = -4 < 6 \Rightarrow D = (4, -8)$ es del semiplano $3x+2x<6$.

Por tanto, la región (4) queda determinada por el sistema $\begin{cases} 2x-y>4 \\ 3x+2y<6 \end{cases}$.

9. Representa gráficamente el conjunto de soluciones correspondiente al sistema:

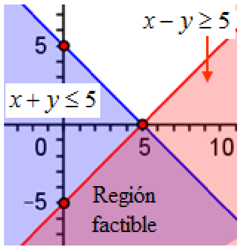
a) $\begin{cases} x+y\leq 5 \\ x-y\geq 5 \end{cases}$; b) $\begin{cases} -x+2y\leq 4 \\ x-y\geq 5 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 2x+y\leq 0 \\ x-y\geq 0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x\leq 5 \\ x-y\geq 5 \end{cases}$; e) $\begin{cases} 0\leq x\leq 8 \\ 0\leq y\leq 5 \end{cases}$.

Solución:

a) $\begin{cases} x+y\leq 5 \\ x-y\geq 5 \end{cases} \to$ El conjunto de soluciones se indica en la figura adjunta.

- Puntos de $x+y=5 \rightarrow$ (0, 5) y (5, 0).

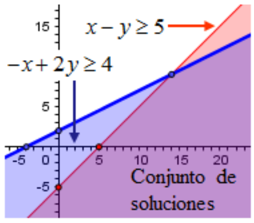
Como (0, 0) cumple la inecuación $x+y\leq 5$, los puntos solución son los de semiplano de la izquierda.



- Puntos de $x-y=5 \rightarrow$ (0, –5) y (5, 0).

Como (0, 0) no cumple la inecuación $x-y\geq 5$, los puntos solución son los de semiplano de la derecha.
La intersección de ambos semiplanos es la región factible.

b) $\begin{cases} -x+2y\leq 4 \\ x-y\geq 5 \end{cases}$.



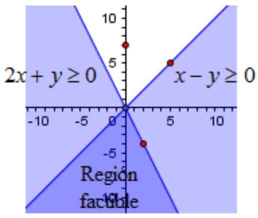
- Puntos de $-x+2y=4 \rightarrow$ (0, 2) y (–4, 0).

Como (0, 0) cumple la inecuación $-x+2y\leq 4$, los puntos solución son los de semiplano de la derecha.

- Puntos de $x-y=5 \rightarrow$ (0, –5) y (5, 0).

Como (0, 0) no cumple la inecuación $x-y\geq 5$, los puntos solución son los de semiplano de la derecha.
El conjunto de soluciones, que es la intersección de ambos semiplanos, es el indicado en la figura.

c) $\begin{cases} 2x+y\leq 0 \\ x-y\geq 0 \end{cases}$.



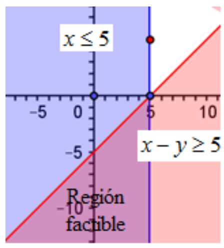
- Puntos de $2x+y=0 \rightarrow$ (0, 0) y (2, –4).

Como (0, 7) no cumple la inecuación $2x+y\leq 0$, los puntos solución son los de semiplano de la izquierda. (En este caso probar con (0, 0) no discrimina).

- Puntos de $x-y=0 \rightarrow$ (0, 0) y (5, 5).

Como (0, 7) no cumple la inecuación $x-y\geq 0$, los puntos solución son los de semiplano de la derecha.
La región de soluciones, que es la intersección de ambos semiplanos, es la indicada en la figura.

d) $\begin{cases} x\leq 5 \\ x-y\geq 5 \end{cases}$.



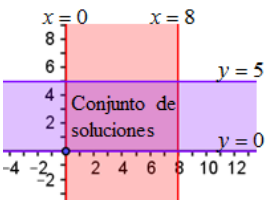
- El semiplano solución de $x\leq 5$ es el situado a la izquierda de la recta vertical $x=5$
- Puntos de $x-y=5 \rightarrow$ (0, –5) y (5, 0).

Como (0, 0) no cumple la inecuación $x-y\geq 5$, los puntos solución son los de semiplano de la derecha.
La región de soluciones, que es la intersección de ambos semiplanos, es la indicada en la figura.

e) $\begin{cases} 0\leq x\leq 8 \\ 0\leq y\leq 5 \end{cases}$.

- Los puntos del plano que verifican las condiciones $0\leq x\leq 8$ son los situados entre las rectas verticales $x=0$ y $x=8$.
- Los puntos del plano que verifican las condiciones $0\leq y\leq 5$ son los de la franja comprendida entre las rectas horizontales $y=0$ e $y=5$.

La región de soluciones es el rectángulo de la figura.



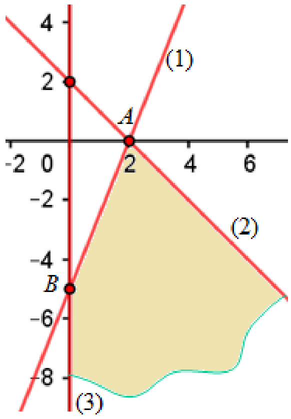
10. Representa gráficamente el conjunto de soluciones correspondiente al sistema de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 5x-2y \ge 10 \\ x+y \le 2 \\ x \ge 0 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x+2y \le 10 \\ 3x+y \le 15 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x+3y \ge 9 \\ 2x+3y \ge 12 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x-y \ge -2 \\ 4x+y \le 22 \\ x+4y \ge 13 \end{cases}$.

Indica, en cada caso, los vértices de la región de soluciones.

Solución:

a) $\begin{cases} 5x-2y \ge 10 \\ x+y \le 2 \\ x \ge 0 \end{cases}$.



La inecuación $5x-2y \ge 10$ determina el semiplano que está a la derecha de la recta $5x-2y=10$ → (1). Dos de sus puntos son (2, 0) y (0, –5).

La inecuación $x+y \le 2$ determina el semiplano que está por debajo (a la izquierda) de la recta $x+y=2$ → (2). Dos de sus puntos son (2, 0) y (0, 2).

La inecuación $x \ge 0$ determina el semiplano que está a la derecha de la recta $x=0$ → (3).

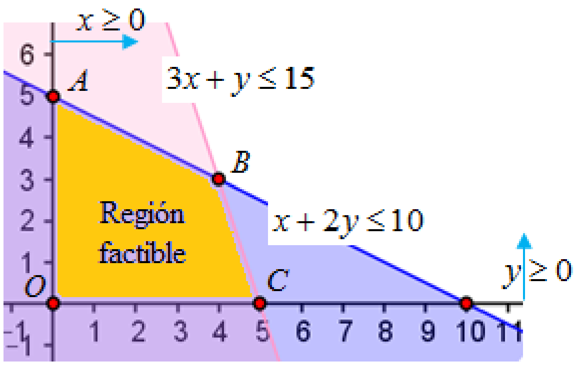
En todos los casos se incluyen los puntos de las rectas.

Por tanto, la región de soluciones es la sombreada en la figura adjunta.

Los vértices son los puntos *A* y *B*. Sus coordenadas se calculan resolviendo los sistemas:

$\begin{cases} 5x-2y=10 \\ x+y=2 \end{cases} \to A(2,\ 0)$; $\begin{cases} 5x-2y=10 \\ x=0 \end{cases} \to B(–5,\ 0)$.

b) $\begin{cases} x+2y \le 10 \\ 3x+y \le 15 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{cases}$.



La inecuación $x+2y \le 10$ determina el semiplano situado a la izquierda de la recta $x+2y=10$. Dos de sus puntos son (10, 0) y (0, 5).

La inecuación $3x+y \le 15$ determina el semiplano que está a la izquierda de la recta $3x+y=15$. Dos de sus puntos son (5, 0) y (0, 15).

La inecuación $x \ge 0$ determina el semiplano que está a la derecha de la recta $x=0$.

La inecuación $y \ge 0$ determina el semiplano que está por encima de la recta $y=0$.

(Las restricciones $x \ge 0$ e $y \ge 0$ juntas, indican que los puntos solución deben estar en el primer cuadrante).

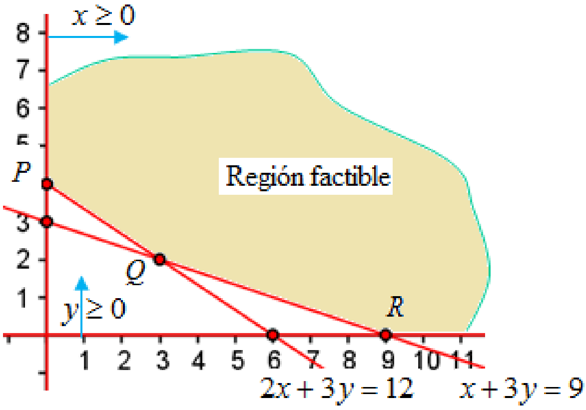
En todos los casos se incluyen los puntos de las rectas.

Por tanto, la región de soluciones es el conjunto de puntos (interiores y de frontera, los lados) del cuadrilátero de vértices *O*, *A*, *B* y *C*.

Las coordenadas de los vértices son:

$O(0,\ 0)$; $A(0,\ 5)$; $B \equiv \begin{cases} x+2y=10 \\ 3x+y=15 \end{cases} \to B(4,\ 3)$; $C(5,\ 0)$.

c) $\begin{cases} x+3y\geq 9 \\ 2x+3y\geq 12 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{cases}$;

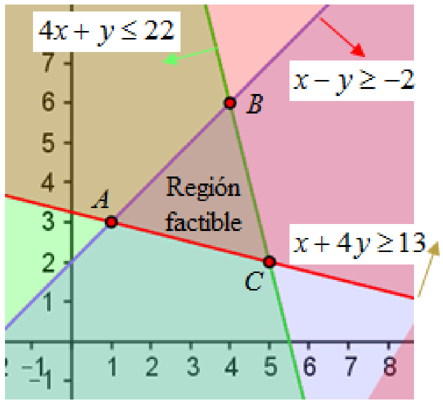


La inecuación $x+3y\geq 9$ determina el semiplano situado a la derecha de la recta $x+3y=9$. Dos de sus puntos son (9, 0) y (0, 3).
La inecuación $2x+3y\geq 12$ determina el semiplano que está a la derecha de la recta $2x+3y=12$ $\to$ puntos (6, 0) y (0, 4).
Las restricciones $x\geq 0$ e $y\geq 0$ juntas, indican que los puntos solución deben estar en el primer cuadrante.
En todos los casos se incluyen los puntos de las rectas.

La región de soluciones es la sombreada en la figura adjunta. Es una región abierta.
Las coordenadas de los vértices son:

$$P(0,\ 4);\quad Q\equiv\begin{cases} x+3y=9 \\ 2x+3y=12 \end{cases}\to Q(3,\ 2);\quad R(9,\ 0).$$

d) $\begin{cases} x-y\geq -2 \\ 4x+y\leq 22 \\ x+4y\geq 13 \end{cases}$.



La inecuación $x-y\geq -2$ determina el semiplano situado a la derecha de la recta $x-y=-2$. Dos de sus puntos son (–2, 0) y (0, 2).
La inecuación $4x+y\leq 22$ determina el semiplano que está a la izquierda de la recta $4x+y=22$ $\to$ puntos (5, 2) y (3, 10).
La inecuación $x+4y\geq 13$ determina el semiplano que está por encima de la recta $x+4y=13$ $\to$ puntos (1, 3) y (5, 2).
En todos los casos se incluyen los puntos de las rectas.

La región de soluciones es el triángulo *ABC*.
Las coordenadas de los vértices son:

$$A\equiv\begin{cases} x-y=-2 \\ x+4y=13 \end{cases}\to A(1,\ 3);\qquad B\equiv\begin{cases} x-y=-2 \\ 4x+y=22 \end{cases}\to B(4,\ 6);\qquad C\equiv\begin{cases} 4x+y=22 \\ x+4y=13 \end{cases}\to C(5,\ 2).$$