TABLA NORMAL N(0, 1): VALORES DE *Z* ASOCIADOS A UNA PROBABILIDAD DADA

Valores de probabilidad asociados a la variable $Z \approx N(0, 1)$

El proceso de conocer la probabilidad asociada a determinados valores de *Z* con ayuda de la tabla normal es muy sencillo. (Puede volver a recordarse viendo el documento adjunto).

Aquí recordamos algunos ejemplos:

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8930
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9561	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9934	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857

Ejemplos:

a) La probabilidad de que $Z < 1{,}26$, $P(Z < 1{,}26) = 0{,}8962$.

A partir de ese valor se deduce, por ejemplo, que:

$P(X > 1{,}26) = 1 - 0{,}8962 = 0{,}1038$; $P(0 < X < 1{,}26) = 0{,}8962 - 0{,}5 = 0{,}3962$;

b) $P\left(Z < 1\right) = 0{,}8413$; $P\left(Z < 1{,}48\right) = 0{,}9306$;

Igualmente: $P\left(Z > 1{,}96\right) = 1 - P\left(Z < 1{,}96\right) = 1 - 0{,}9750 = 0{,}0250$

Valores de *Z* asociados a una probabilidad dada

Es el proceso contrario al anterior. Se trata de encontrar cuál es el valor de Z que deja por debajo o por encima una determinada probabilidad. Así, si $P(Z < 1{,}26) = 0{,}8962$, entonces, el valor de z_0 tal que $P(Z < z_0) = 0{,}8962$ debe ser $z_0 = 1{,}26$. Igualmente, el valor de z_0 tal que $P(Z < z_0) = 0{,}8413$ será $z_0 = 1$.

Cuando el valor de probabilidad no coincide con ningún número de la tabla se toma el más cercano, aunque también puede procederse por interpolación.

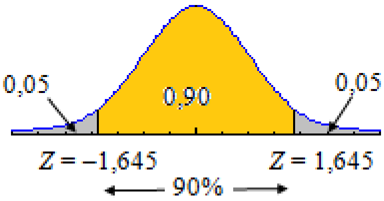
Ejemplos:

a) El valor de z_0 tal que $P(Z < z_0) = 0{,}9$ es aproximadamente 1,28, pues $P(Z < 1{,}28) = 0{,}8997$ $\rightarrow$ La diferencia con 0,9 es de 0,0003.

b) El valor de z_0 tal que $P(Z < z_0) = 0{,}95$ es aproximadamente 1,645, pues $P(Z < 1{,}64) = 0{,}9495$ y $P(Z < 1{,}65) = 0{,}9505 \rightarrow$ Se elige el valor intermedio entre 1,64 y 165, que es 1,645.

- Por razones prácticas interesan intervalos simétricos respecto de la media; queriendo, con frecuencia, encontrar intervalos que aseguren que entre sus extremos cae el 80% de los datos, el 90%, el 95%...

En el ejemplo b) anterior el valor *Z* = 1,645 deja por debajo el 95% de los datos; y por arriba, el 5%.



Esto es: $P(Z < 1,645) = 0,9500 \Rightarrow$ el 95% de los valores de la variable $X \approx$ N(0, 1) estudiada quedan por debajo.
En consecuencia, $P(Z > 1,645) = 0,05 \rightarrow$ un 5% de los datos supera ese valor.
Igualmente: $P(Z > -1,645) = 0,9500$ y $P(Z < -1,645) = 0,05$.
Luego, entre los valores de Z = –1,645 y Z = 1,645, en el intervalo (–1,645, 1,645) están el 90% de los datos de la variable estudiada. Esto es: $P(-1,645 < Z < 1,645) = 0,90$.

Otros intervalos utilizados, y que puedes intentar deducirlos por tu cuenta, son:
$\rightarrow$ Entre los valores de Z = –1 y Z = 1, en el intervalo (–1, 1) están el 68,26% de los datos de la variable estudiada. Esto es: $P(-1 < Z < 1) = 0,6826$.
$\rightarrow$ Entre los valores de Z = –1,96 y Z = 1,96, en el intervalo (–1,96, 1,96) están el 95% de los datos de la variable estudiada. Esto es: $P(-1,96 < Z < 1,96) = 0,95$.

Una aplicación
En el supuesto de que las jóvenes de 20 años tengan una estatura que se ajusta a una normal de media 165 con desviación típica 9 cm, N(165, 9), se pueden plantear las siguientes cuestiones:
1) ¿Qué probabilidad hay de que una de esas chicas, elegida al azar, mida más de 180 cm?
2) ¿Qué porcentaje de ellas mide más de 180 cm?
3) ¿Cuánto tiene que medir una de esas mujeres para estar entre el 10% de los más altas?
Solución:
1) La normal N(165, 9) se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X - 165}{9}$.

Por tanto, $P\left(X > 180\right) = P\left(Z > \dfrac{180 - 165}{9}\right) \approx P\left(Z > 1,67\right) = 1 - P(Z < 1,67) = 1 - 0,9525 = 0,0475$.

2) A una probabilidad de 0,0475 le corresponde un porcentaje del 4,75%
3) Hay que buscar el valor de z_0 tal que $P(Z < z_0) = 0,90$. En la tabla, el valor más próximo a 0,90 es 0,8997, que corresponde a Z = 1,28. Por tanto, $1,28 = \dfrac{X - 165}{9} \Rightarrow X$ = 165 + 11,52 = 176,52 cm.

En consecuencia, si una chica mide más de 176,52 cm estará entre el 10% de las más altas.
Nota: Para estar entre el 10% de las más altas, una chica debe medir 11,52 cm más que la media: más de 176,52 cm. Igualmente, para estar entre el 10% de las más bajas, debe medir 11,52 cm menos que la media: menos de 153,48 cm. Por tanto, el 80% de esas chicas mide entre 153,48 cm y 176,52 cm, *cae* en el intervalo (153,48, 176,52).

Pequeños retos
1. Determina el valor de z_0 tal que: a) $P(Z < z_0) = 0,91$; b) $P(Z < z_0) = 0,86$.
2. Halla el intervalo simétrico que contiene el 80% de probabilidad.
3. Admitamos que en cierto país la estatura de los hombres adultos de distribuye normalmente con media μ = 175 cm y desviación típica 10 cm. ¿Cuánto tiene que medir un hombre para estar entre el 5% de los más altos?

Soluciones:
1. a) 1,34. b) 1,08. **2**. (–1,28, 1,28). **3**. 191,45 cm.

Si el lector desea ampliar estas ideas y ver problemas resueltos puede [pinchar aquí](#).