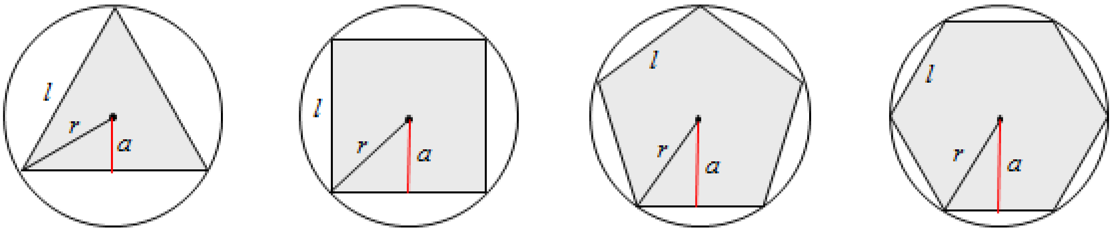
POLÍGONOS REGULARES

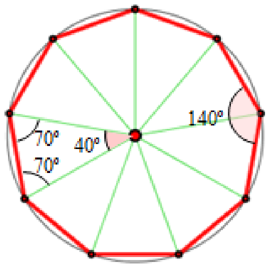
Los polígonos regulares tienen todos sus lados y todos sus ángulos iguales.

- Todo polígono regular puede inscribirse en una circunferencia, llamada circunscrita, que pasa por todos sus vértices.



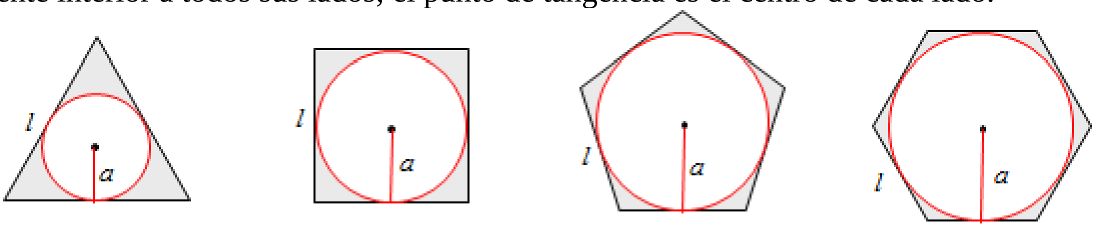
- Conociendo la medida del lado, utilizando las razones trigonométricas, puede determinarse la medida del radio *r* de la circunferencia circunscrita y de la apotema *a*. En algunos casos se pueden calcular aplicando solo el teorema de Pitágoras.
- Para calcular el radio es necesario conocer la medida de cada uno de sus ángulos. Su valor, que depende del número de lados, se obtiene como sigue:

1) Se divide la circunferencia en sectores circulares, uno para cada lado; además se forman triángulos isósceles.
2) Como el ángulo completo mide 360º, cada sector tendrá una amplitud de 360º dividido por el número de lados; ese valor es el del ángulo "desigual" de cada uno de los triángulos isósceles. Si ese ángulo vale α, el ángulo interno del polígono regular valdrá $180º - \alpha$.



Así, por ejemplo, para un polígono de 9 lados (eneágono):
1) el ángulo de cada sector mide 360/9 = 40º;
2) los otros dos ángulos de cada triángulo isósceles, 70º;
3) el ángulo interno del eneágono valdrá 70º + 70º = 140º.

- En todo polígono regular puede inscribirse una circunferencia, llamada inscrita, que es tangente interior a todos sus lados; el punto de tangencia es el centro de cada lado.



- El radio de la circunferencia inscrita es la apotema del polígono regular: *a*.

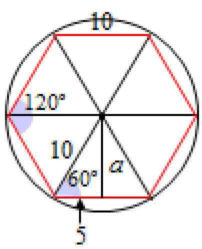
Área de un polígono regular

El área de un polígono regular es la suma de las áreas dectodos los triángulos isósceles en los que puede descomponerse.

La fórmula clásica es $S = \dfrac{p \cdot a}{2}$, siendo *p* el perímetro del polígono y *a* su apotema.

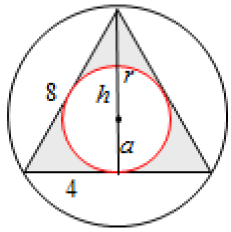
Ejemplos:

a) Para un hexágono regular de lado 10 cm:



→ Se descompone en 6 triángulos equiláteros, cuya apotema puede calcularse por Pitágoras: $a = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \approx 8,66$ cm.

→ Su área valdrá, $S = \dfrac{60 \cdot 8,66}{2} = 259,8\ \text{cm}^2$.



b) En un triángulo equilátero de lado 8 cm, para hallar su área hay que calcular su altura (que puede hacerse por Pitágoras, pues su pie cae en la mitad de la base).

Así: $h=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\approx 6{,}93$ cm.

Luego, $S_T=\dfrac{8\cdot 6{,}93}{2}=27{,}72\ \text{cm}^2$.

→ Como en un triángulo equilátero coinciden todos los *centros* (baricentro, circuncentro, incentro y ortocentro), el radio de la circunferencia circunscrita vale $r=\dfrac{2}{3}h=4{,}62$ cm; y la apotema, radio de la circunferencia inscrita, $a=\dfrac{1}{3}h=2{,}31$ cm.

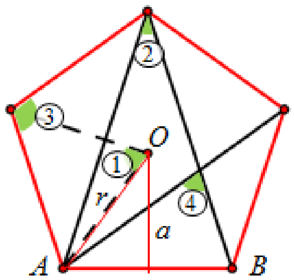
c) Con los resultados anteriores puede hallarse la superficie de cada uno de los círculos, y también la de la zona sombreada en la figura, siendo:

→ Área del círculo circunscrito: $S_{CC}=\pi r^2=3{,}14\cdot 4{,}62^2=67{,}02\ \text{cm}^2$.

→ Área del círculo inscrito: $S_{CI}=\pi a^2=3{,}14\cdot 2{,}31^2=16{,}76\ \text{cm}^2$.

→ Área sombreada: $S_S=S_T-S_{CI}$ = 27,72 – 16,76 = 10,96 cm^2.

Pequeños retos



1. Sabiendo que el pentágono de la figura es regular calcula el valor de cada uno de los ángulos que se numeran.

2. Si el lado vale 10 cm y la apotema 6,88 cm, ¿cuánto vale el área del pentágono?

3. Si sabes algo de trigonometría, halla los valores de *a* y *r* sabiendo que el lado mide 10 cm.

Soluciones:

1. (1) = 72º; (2) = 36º; (3) = 108º; (4) = 72º.

2. 34,4 cm^2.

3. $\tan 54^{\circ}=\dfrac{a}{5}\Rightarrow a=5\cdot\tan 54^{\circ}=6{,}8819$; $\cos 54^{\circ}=\dfrac{5}{r}\Rightarrow r=\dfrac{5}{\cos 54^{\circ}}=8{,}5065$.