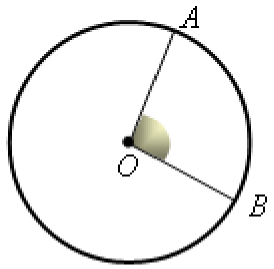
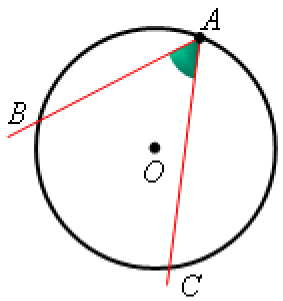
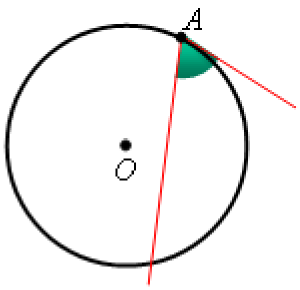
ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

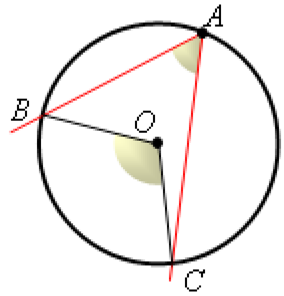


Ángulo central: es cualquier ángulo que tiene su vértice en el centro de la circunferencia. (Todo ángulo central está determinado por dos radios). La media de un ángulo central es la de su arco correspondiente.

Ángulo inscrito: es el que tiene su vértice en un punto de la circunferencia, siendo sus lados secantes o tangentes a ella.

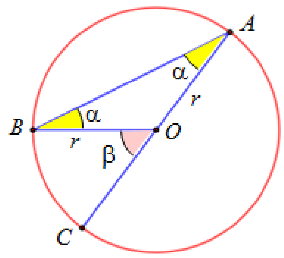






Propiedad de los ángulos inscritos:
Todo ángulo inscrito en una circunferencia vale la mitad que el ángulo central correspondiente (el que abarca el mismo arco). Esto es: la medida del ángulo *BAC* es la mitad que la del ángulo *BOC*. O también: ángulo *BOC* = 2 · (ángulo *BAC*).

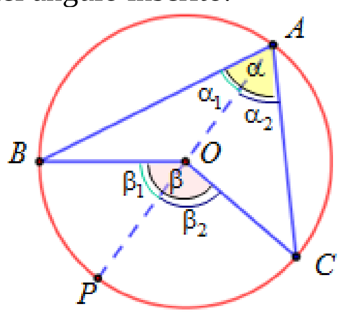
Demostración



Caso 1: uno de los lados del ángulo inscrito pasa por el centro de la circunferencia.
Si el ángulo inscrito vale α (ángulo *BAC* = α), entonces, como el lado *AC* pasa por *O* ⇒ el triángulo *AOB* es isósceles, pues tiene dos lados iguales.
Por tanto:

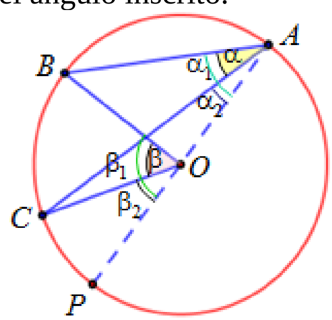
1) los ángulos con vértice en *A* y en *B* también son iguales: $A = B = \alpha$.
2) el ángulo *BOA* = 180º – 2α ⇒ ángulo *BOA* + 2α = 180º.
3) como el ángulo *BOA* + β = 180º ⇒ β = 2α.

Caso 2: El punto *O* cae dentro del ángulo inscrito.



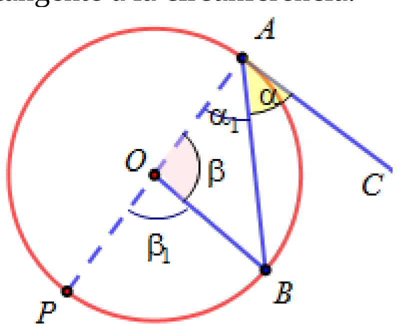
Basta considerar que,
$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$, $\beta = \beta_1 + \beta_2$, y
como $\beta_1 = 2\alpha_1$ y $\beta_2 = 2\alpha_2$ ⇒
$\beta = 2\alpha$.

Caso 3: El punto *O* cae fuera del ángulo inscrito.



Basta considerar que,
$\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$, $\beta = \beta_1 - \beta_2$, y
como $\beta_1 = 2\alpha_1$ y $\beta_2 = 2\alpha_2$ ⇒
$\beta = 2\alpha$.

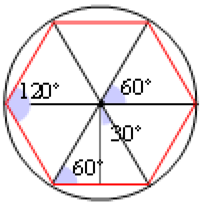
Caso 4: Uno de los lados es tangente a la circunferencia.

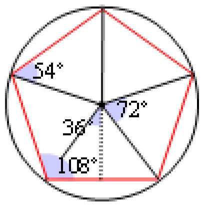


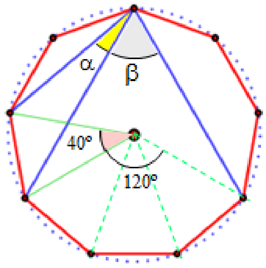
Basta considerar que,
$\alpha = 90º - \alpha_1$, $\beta = 180º - \beta_1$, y
como $\beta_1 = 2\alpha_1$ ⇒ $\beta = 2\alpha$.

La propiedad de los ángulos inscritos permite calcular la medida de los ángulos de cualquier polígono regular. Igualmente permite resolver problemas diversos, siempre que se acierte a inscribirlos en la circunferencia.

Ejemplos:
1. Medidas de ángulos de polígonos regulares.
Hay que saber que todo polígono regular puede circunscribirse por una circunferencia.
También hay que saber que el ángulo completo mide 360º.
Por tanto, dividiendo 360 entre el número de lados se obtiene la medida del ángulo de cada uno de los triángulos con vértice en el centro. En el caso del hexágono (o exágono), los ángulos centrales valen 60º; en el pentágono, 72º. Los demás ángulos valen lo que se indica en la figura.

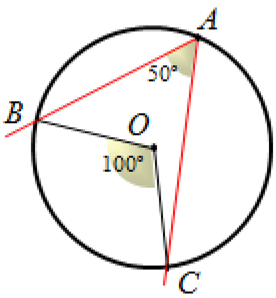


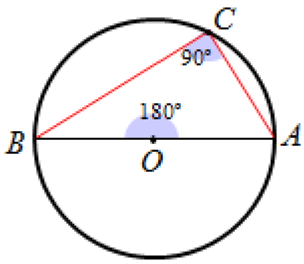


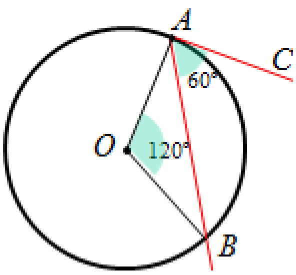


En la figura de la derecha se ha dibujado un polígono regular de 9 lados (eneágono). Como cada uno de los ángulos centrales que abarca un lado mide 40º (360/9 = 40), puede deducirse que α = 20º; y que β = 60º.

2. Medidas de ángulos inscritos
En las figuras que siguen se observa que los ángulos centrales valen el doble que los respectivos inscritos.







Pequeños retos
En los siguientes enlaces puede ver problemas relacionados con los ángulos inscritos:
1. Problemas.
2. Problemas.
3. Problema.

Observación:
Puedes ver un magnífico trabajo sobre ángulos inscritos en la página web del profesor Roberto Cardil: http://www.matematicasvisuales.com/html/geometria/circunferencias/angcap.html