

## Tema 1. Números enteros

## Resumen

El conjunto de los números enteros es  $\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\dots\}$ . Está formado por los positivos y los negativos.

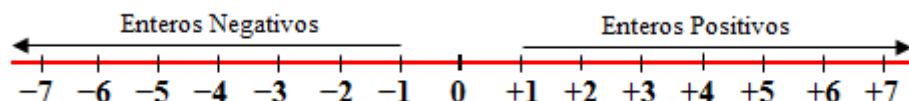
Los positivos son los naturales  $\rightarrow +1, +2, +3, \dots$

Los números negativos son  $\rightarrow -1, -2, -3, \dots$

Los números negativos son los opuestos de los positivos.

El opuesto de un número es el que resulta al cambiarle el signo. Así, el opuesto de  $+2$  es  $-2$ ; y el opuesto de  $-5$  es  $+5$ .

Pueden representarse en la recta como sigue:



Valor absoluto de un número entero es el número natural que resulta al quitarle el signo.

### Ejemplos:

$$|-7| = 7; |+18| = 18 \rightarrow \text{El valor absoluto siempre es positivo.}$$

El orden de los números enteros es el que se observa en la recta: un número es mayor que otro cuando está representado a su derecha.

- Todos los números positivos son mayores que 0. Todos los negativos son menores que 0.
- Dados dos números negativos es menor el que tiene mayor valor absoluto. Así:  $-10 < -3$ .

### Suma y resta

- Para sumar dos números enteros con el mismo signo se suman los valores absolutos de ambos números y se pone el signo que tenían los sumandos.

### Ejemplos:

$$\text{a) } (+4) + (+8) = +12.$$

$$\text{b) } (-7) + (-9) = -16.$$

- Para sumar dos números con distinto signo hay que restarlos y ponerle al resultado el signo que lleve el número mayor en valor absoluto.

### Ejemplos:

$$\text{a) } (+3) + (-7) = -(7 - 3) = -4.$$

$$\text{b) } (-6) + (+11) = +(11 - 6) = +5.$$

$$\text{c) } (+8) + (-8) = 0.$$

$$\text{d) } (-19) + (+8) = -19 + 8 = -(19 - 8) = -11.$$

- Para restar dos números enteros hay que tener en cuenta que:  $-(+) = -$ ;  $-(-) = +$

### Ejemplos:

$$\text{a) } -(+9) = -9.$$

$$\text{b) } -(-10) = +10.$$

$$\text{c) } (-7) - (+9) = (-7) - 9 = -16.$$

$$\text{d) } (+6) - (-10) = (+6) + 10 = 16.$$

- Para sumar y restar más de dos números se pueden sumar los positivos por un lado y los negativos por otro y, después, restar los resultados.

### Ejemplos:

$$\text{a) } -4 + 7 + 5 - 9 + 6 = (7 + 5 + 6) - (4 + 9) = 18 - 13 = 5. \text{ (El signo + no es imprescindible).}$$

$$\text{b) } 9 - 7 - 12 + 8 - 4 = 9 + 8 - (7 + 12 + 4) = 17 - 23 = -5.$$

Sumas y restas con paréntesis

Hay que tener en cuenta que un signo menos delante de un paréntesis cambia el signo de todos los términos que abarca.

**Ejemplos:**

- a)  $-(9 - 7 + 4) = -9 + 7 - 4 = -6$ .      b)  $-(-5 + 7 - 15) = +5 - 7 + 15 = +13$ .  
 c)  $8 - (4 - 7) + [9 - (2 - 6 + 13)] = 12 - 4 + 7 + 9 - 2 + 6 - 13 = 34 - 19 = 15$ .

Multiplicación y división

En todos los casos hay que tener en cuenta las reglas de los signos:

$$\begin{array}{llll} [+ ] \cdot [+ ] = [+ ] & [+ ] \cdot [- ] = [- ] & [- ] \cdot [+ ] = [- ] & [- ] \cdot [- ] = [+ ] \\ [+ ] : [+ ] = [+ ] & [+ ] : [- ] = [- ] & [- ] : [+ ] = [- ] & [- ] : [- ] = [+ ] \end{array}$$

**Ejemplos:**

$$\begin{array}{llll} (+7) \cdot (+4) = +28; & (+7) \cdot (-3) = -21; & (-5) \cdot (+6) = -30; & (-1) \cdot (-9) = +9; \\ (+24) : (+3) = +8; & (+12) : (-2) = -6; & (-40) : (+8) = -5; & (-28) : (-4) = +7. \end{array}$$

Operaciones combinadas

El orden es el siguiente: 1) Paréntesis; 2) Productos y divisiones; 3) Sumas y restas.

**Ejemplos:**

- a)  $12 - 2 \cdot (9 - 3) - 10 : (-2) - (-7) = 12 - 2 \cdot 6 + 5 + 7 = 12 - 12 + 5 + 7 = 12$ .  
 b)  $(12 - 2) \cdot (9 - 3) - 10 : [(-2) - (-7)] = 10 \cdot 6 - 10 : (+5) = 60 - 2 = 58$ .  
 c)  $(-14 + 5) \cdot (6 - 8) + 24 : (-2) - (-7) \cdot (-4) + (+18) : (-3) = (-9) \cdot (-2) - 12 - (+28) + (-6) = +18 - 12 - 28 - 6 = -28$ .

Potencias de números enteros

Se hace igual que con números naturales, pero hay que tener en cuenta el signo de la base y si el exponente es par o impar, cumpliéndose:

$$(+a)^n = a^n \rightarrow \text{siempre positivo.}$$

$$(-a)^n = +a^n, \text{ si } n \text{ es par; } (-a)^n = -a^n, \text{ si } n \text{ es impar; } (\pm a)^0 = 1.$$

**Ejemplos:**

- a)  $(+3)^2 = (+3) \cdot (+3) = +9$ .    b)  $(+3)^3 = 3^3 = 27$ .    c)  $(+3)^4 = 3^4 = 81$ .    d)  $(+5)^0 = 1$ .  
 e)  $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = +25$ .    f)  $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$ .    g)  $(-2)^4 = 2^4 = +16$ .

Propiedades de las potencias

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m} \quad a^n : a^m = a^{n-m} \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad (a : b)^n = a^n : b^n$$

**Ejemplos:**

- a)  $(-2)^4 \cdot (-2)^3 = (-2)^7 = -128$ .    b)  $((-3)^3)^2 = (-3)^6 = +729$ .  
 c)  $(-2)^4 : (-2)^3 = (-2)^1 = -2$     d)  $[(-2)(+3)]^3 = (-2)^3 \cdot (+3)^3 = (-8)(+27) = 216$ .

La raíz cuadrada de un número se define como:  $\sqrt{a} = b$ ,  $a > 0 \Leftrightarrow b^2 = a$ .

- La raíz cuadrada de un número entero positivo tiene dos soluciones.

### Ejemplos:

- a)  $\sqrt{+16} = +4$ , pues  $(+4)^2 = +16$ . Pero también:  $\sqrt{+16} = -4$ , pues  $(-4)^2 = +16$ .  
 b)  $\sqrt{+49} = +7$ , pues  $(+7)^2 = +49$ . Igualmente,  $\sqrt{+49} = -7$ , pues  $(-7)^2 = +49$ .  
 c)  $\sqrt{+64} = \pm 8$ , pues  $(+8)^2 = (-8)^2 = +64$ .

Otras raíces: raíz de índice  $n$ :  $\sqrt[n]{a} = b$ ,  $n \in \mathbf{N} \Leftrightarrow b^n = a$ .

### Ejemplos:

- a)  $\sqrt[4]{+16} = \pm 2$ , pues  $(\pm 2)^4 = 16$ .      b)  $\sqrt[3]{-8} = -2$ , pues  $(-2)^3 = -8$ .  
 c)  $\sqrt[4]{-16}$  no existe.      d)  $\sqrt[5]{-1} = -1$ , pues  $(-1)^5 = -1$ .
- La raíz de índice impar existe siempre, para cualquier número entero (positivo o negativo). Su resultado es único, es un número con el mismo signo que el radicando:  $\sqrt[3]{-8} = -2$ ;  $\sqrt[3]{+8} = +2$ .
  - La raíz de índice par solo existe para los números positivos. Su resultado es doble:  $\sqrt[4]{+81} = \pm 3$ ,

## Ejercicios

1. Representa en la recta real los números: +5, -3, -1. Representa también sus opuestos.

2. Halla:

- a)  $(+13) + (+7) - (-3) + (-5)$       b)  $(-4) - (-5) - (+6) + (-7)$   
 c)  $(-7) - (+8) + (-3) - (-9)$       d)  $(+10) - (+9) + (-8) - (-7)$

3. Calcula:

- a)  $9 + (2 + 4 - 5) - (3 - 5)$       b)  $10 - [10 - (5 + 3 - 11)] + 5$   
 c)  $14 - 4 \cdot 2 + 6 : 2 - 3 \cdot 5$       d)  $2 \cdot (13 - 10) - 4 \cdot [6 + 2 \cdot (4 + 8 - 10)]$

4. Halla:

- a)  $(-2) \cdot (4 - 6 + 9)$       b)  $(7 - 3) \cdot (4 + 8 - 9)$   
 c)  $(-12) : (-2) - (-5) \cdot (+7 - 10)$       d)  $(+20) : (-5) - (-2) \cdot (+6)$

5. Calcula:

- a)  $12 + 5 \cdot (-4) - 20$       b)  $13 - 2 \cdot (4 - 5)$   
 c)  $(-3) \cdot (3 + 5) - 4 \cdot (-9 - 5)$       d)  $-6 + (-4) \cdot (+3) - 5$

6. Calcula:

- a)  $(-33) - (-4) \cdot [3 - 4(5 - 7)]$       b)  $(-33) - [(-4) \cdot 3 - 4](5 - 7)$   
 c)  $(-3) \cdot (-2) - 8 : (12 - 10)$       d)  $[(-3) \cdot (-3 + 5) + 14] : 2 - (-9 + 7)$

7. Halla:

- a)  $8 - 2 \cdot (9 - 3) + (-12) : (-3)$       b)  $8 - 2 \cdot [(9 - 3) + (-12) : (-3)]$   
 c)  $(8 - 2) \cdot [(9 - 3) + (-12) : (-3)]$       d)  $8 - 2 \cdot [(9 - 3) + (-12)] : (-3)$

8. Calcula:

- a)  $(-12) : (-2) - 15 : (-3) + 2$       b)  $(-3) \cdot (-2) - 8 : (12 - 10)$   
 c)  $(-3) \cdot (3 + 5) - 14 : (-9 + 7)$       d)  $[(-3) \cdot (-3 + 5) + 14] : 2 - (-9 + 7)$

9. Calcula:

- a)  $(+4)^3$       b)  $(-3)^4$       c)  $(-5)^3$       d)  $(+2)^7$

10. Calcula:

- a)  $(-2)^4 - (+3)^2 + (-5)^2$       b)  $(-6)^4 : (-6)^3$   
 c)  $(+5)^2 \cdot (-1)^7 - (-5)^2 - (-3)^3$       d)  $((-2)^2)^6 : (-2)^9$

11. Halla:

- a)  $(-3)^2 - (+2)^3$       b)  $(+2)^3 \cdot (-3)$   
 c)  $(+14)^6 : (-7)^6$       d)  $(-1) - (+2)^2 + (-3)^3 - (-4)^4$

12. Utilizando las propiedades de las potencias, calcula el valor de:

- a)  $(+5)^3 \cdot (+2)^3 = (5 \cdot 2)^3 = 10^3 = 1000$ .      b)  $(3 \cdot 3^3)^2 : 3^6 = (3^4)^2 : 3^6 = 3^8 : 3^6 = 3^2 = 9$ .  
 c)  $3^2 + 2^2 + 4^2 = 9 + 4 + 16 = 29$ .      d)  $8^3 : 2^5 = (2^3)^3 : 2^5 = 2^9 : 2^5 = 2^4 = 16$ .

13. Utilizando las propiedades de las potencias, calcula el valor de:

- a)  $(-5)^5 \cdot (-2)^5$       b)  $(5^2 \cdot 5^3)^2 : 5^{10}$   
 c)  $12^4 : (-4)^4$       d)  $2^4 + 2^3 + 2^2$

14. Calcula el valor de  $x$  en cada una de las siguientes igualdades:

- a)  $2^x = 16 \Rightarrow 2^x = 2^4 \Rightarrow x = 4$ .      b)  $(-2)^x = -8 \Rightarrow (-2)^x = (-2)^3 \Rightarrow x = 3$ .  
 c)  $(-10)^x = 100 \Rightarrow (-10)^x = 10^2 = (-10)^2 \Rightarrow x = 2$ .  
 d)  $x^4 = 625 \Rightarrow x^4 = 5^4 \Rightarrow x = 5$ .      e)  $x^3 = -8 \Rightarrow x^3 = (-2)^3 \Rightarrow x = -2$ .

15. Calcula el valor de  $x$  en cada una de las siguientes igualdades:

- a)  $(-2)^x = 16$       b)  $(-3)^x = -27$       c)  $(-10)^x = 10000$   
 d)  $x^3 = -64$       e)  $x^5 = 3125$       f)  $x^7 = -1$

16. Halla, si existen, las siguientes raíces:

- a)  $\sqrt{(+81)}$       b)  $\sqrt{(-49)}$       c)  $\sqrt{(+1600)}$       d)  $\sqrt{(-12)(-3)}$

17. Halla, si existen, las siguientes raíces:

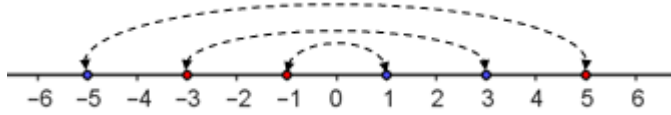
- a)  $\sqrt[4]{(+81)}$       b)  $\sqrt[3]{(-27)}$       c)  $\sqrt[5]{(-1)}$       d)  $\sqrt[7]{(+128)}$

18. Halla, indicado todas sus soluciones:

- a)  $\sqrt{36}$       b)  $\sqrt[8]{-8}$       c)  $\sqrt[4]{625}$       d)  $\sqrt[6]{-6}$

**Soluciones:**  $\rightarrow \rightarrow$

1.



2. a) +18. b) -12. c) -9. d) 0.
3. a) 12. b) 2. c) -6. d) -34.
4. a) -14. b) +12. c) -9. d) +8.
5. a) -28. b) 15. c) +32. d) -23.
6. a) 11. b) -65. c) 2. d) 6.
7. a) 0. b) -12. c) +12. d) 4.
8. a) +13. b) +2. c) -17. d) +6.
9. a) 64. b) 81. c) -125. d) 128.
10. a) 32. b) -6. c) -23. d) -8.
11. a) +1. b) -24. c) +64. d) -96.
13. a)  $10^5 = 100000$ . b)  $5^0 = 1$ . c)  $(-3)^4 = 81$ . d) 28.
15. a) 4. b) 3. c) 4. d) -4. e) 5. f) -1.
16. a) +9. b) No. c) +40. d) +6.
17. a) +3. b) -3. c) -1. d) +2.
18. a)  $\pm 6$ . b) -2. c)  $\pm 5$ . d) no existe.