

Tema 8 (I). Expresiones algebraicas

Resumen

¿Qué es una expresión algebraica?

Son las expresiones en las que aparecen números y letras, unidos por las operaciones habituales.

Ejemplos: Son expresiones algebraicas las siguientes:

$$\text{a) } a + 2b - 3 \quad \text{b) } 2 \cdot x \quad \text{c) } x^2 - 2 \cdot x \quad \text{d) } 2 \cdot x = 14 \quad \text{e) } 2 \cdot a^2 \cdot b - 4 \cdot b + 5.$$

- El punto de multiplicar suele quitarse cuando está entre números y letras o entre letras. Así, las expresiones algebraicas del ejemplo anterior se pueden escribir como sigue:

$$\text{a) } a + 2b - 3 = a + 2b - 3 \quad \text{b) } 2 \cdot x = 2x \quad \text{d) } 2x = 14 \quad \text{e) } 2a^2b - 4b + 5.$$

- Las letras pueden tomar valores. Esos valores suelen indicarse: decir cuánto valen. Otras veces hay que calcularlos: descubrirlos.

Ejemplos: a) Si se dice que $a = 5$ y $b = -7$, entonces, las expresiones algebraicas:

$$a + 2b - 3 = 5 + 2 \cdot (-7) - 3 = 5 - 14 - 3 = 5 - 17 = -12.$$

$$2a^2b - 4b + 5 = 2 \cdot 5^2 \cdot (-7) - 4 \cdot (-7) + 5 = 2 \cdot 25 \cdot (-7) + 28 + 5 = -350 + 33 = -317.$$

Observa que al sustituir las letras por números hay que poner los puntos de multiplicar.

b) Si $x = 3$, entonces: $2x = 2 \cdot 3 = 6$; $x^2 - 2 \cdot x = 3^2 - 2 \cdot 3 = 9 - 6 = 3$.

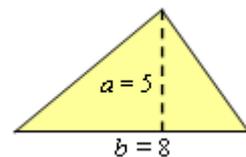
c) La expresión $2x = 14$ es una ecuación. En este caso se trata de encontrar el valor que debe tomar x para que se cumpla la igualdad. Es fácil ver que el único valor posible es $x = 7$.

- Las fórmulas son expresiones algebraicas.

Ejemplo: La fórmula que da el área de un triángulo es $A = \frac{b \cdot a}{2}$, donde b

representa la base y a la altura. Si la base mide 8 y altura 5, el área del

triángulo es: $A = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$.



Monomios

Son las expresiones algebraicas más simples. Sólo tienen un término.

Un término es: un número; una letra; o un producto de números por letras.

Ejemplos: a) Cualquier número es un término. Así, 8, -3 o $\frac{4}{3}$ son términos, que por no tener

ninguna letra multiplicando se llaman términos independientes.

b) Cualquier letra es un término. Así, a , b o x son términos.

c) Cualquier producto de números por letras es un término. Así, $3a$, $-4a \cdot x$ o $x \cdot x$ son términos. Esos términos suelen escribirse omitiendo los puntos. Así: $3a$, $-4ax$ o x^2 .

d) La expresión $2a^2b - 4b + 5$ no es un monomio, pues está formada por tres términos. Por tanto, si hay sumas o restas la expresión no es un monomio. Se llamará polinomio.

- En un monomio, al número se le llama coeficiente; a la letra o letras que lo multiplican se le llama parte literal.

Ejemplo: La parte literal de $3a$, $-4ax$ y x^2 es, respectivamente, a , ax y x^2 . Sus coeficientes, también respectivamente, son: 3, -4 y 1.

Observa que cuando la parte literal no lleva número, su coeficiente es 1; y si va sola con signo negativo, su coeficiente es -1 . No se ponen por comodidad. Así, los coeficientes de $-ab^2$ y de x^3 son, respectivamente, -1 y 1.

- El grado de un monomio es el grado de la parte literal, que es la suma de los grados de las letras que la forman.

Ejemplo: El grado de $3a$ es 1; el grado de x^2 es 2; el grado de $4a^2b^3$ es 5.

Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal.

Ejemplos: a) Los monomios $3a$ y $5a$ son semejantes.

b) También son semejantes los monomios: x^2 y $6x^2$; y , $2a^2b$ y $3a^2b$.

c) No son semejantes: $3a$ y $2ab$. Tampoco lo son $2x^2$ y $3x$.

Suma y resta de monomios

Sólo pueden sumarse o restarse los monomios semejantes, los que tienen la misma parte literal.

Cuando dos monomios no son semejantes, no pueden agruparse; la operación se deja indicada.

Ejemplos: a) Los monomios $3a$ y $5a$ pueden sumarse y restarse. Esto es, pueden hacerse las operaciones: $3a + 5a$ y $3a - 5a$.

b) Los monomios $2x^2$ y $3x$ no pueden sumarse ni restarse. Las operaciones $2x^2 + 3x$ y $2x^2 - 3x$ no pueden realizarse.

- Para sumar (o restar) monomios se suman (o restan) los coeficientes y se deja la misma parte literal.

Ejemplos:

a) $3a + 5a = (3 + 5)a = 8a$; b) $3a - 5a = (3 - 5)a = -2a$; c) $a + a + a = 3a$;

d) $2x^2 + 3x$ se deja indicada, como está.

- La suma y resta de expresiones algebraicas cumplen las mismas propiedades que la suma y resta de números. Habrá que tener en cuenta las reglas de los signos.

Ejemplos:

a) $2a + 7a = 7a + 2a = 9a$; b) $5a - (a - 3a) = 5a - (-2a) = 5a + 2a = 7a$.

Producto de monomios

Pueden multiplicarse cualquier tipo de monomios entre sí.

Para multiplicar dos monomios se multiplican números por números y letras por letras.

Ejemplos:

a) $(3a)(5a) = (3 \cdot 5)(a \cdot a) = 15a^2$; b) $(3a)(-5a) = (3 \cdot (-5))(a \cdot a) = -15a^2$;

c) $a \cdot a \cdot a = a^3$; d) $(2x^2)(3x) = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x = 6x^3$.

$$\begin{aligned} xxx &= x^3 \\ a^2 a^4 &= a^6 \\ yy^5 y^7 &= y^{13} \\ 5n^5 n^2 n &= 5n^8 \end{aligned}$$

División de monomios

Pueden dividirse cualquier tipo de monomios entre sí.

Para dividir dos monomios se dividen números entre números y letras entre letras. La parte de la expresión que no pueda simplificarse se dejará indicada en forma de fracción

Ejemplos:

a) $\frac{12a^2}{3a} = \frac{12}{3} \cdot \frac{a^2}{a} = 4a$; b) $\frac{5x^3}{15x} = \frac{5}{15} \cdot \frac{x^3}{x} = \frac{1}{3} x^2 = \frac{x^2}{3}$;

c) $\frac{-10x^3y}{5xy^2} = \frac{-10}{5} \cdot \frac{x^3}{x} \cdot \frac{y}{y^2} = -2x^2 \cdot \frac{1}{y} = -\frac{2x^2}{y}$.

Ejercicios

1. Calcula, para $a = 2$ y $b = -3$ y $x = 2$, el valor de las siguientes expresiones algebraicas:

a) $a + 2b - 3 \rightarrow$

b) $3x - \frac{1}{4}x^3 + \frac{x}{2} \rightarrow$

c) $2a^2b - 4b + 5 \rightarrow$

2. Cuáles de las siguientes expresiones son monomios (justifica tu respuesta):

a) $3a^2b$

b) $\frac{5x^2}{3}$

c) $2x^2 - 8$

d) $\frac{-3ab}{5}$

3. Para los monomios anteriores (los que lo sean) indica el coeficiente y la parte literal.

a) $3a^2b \rightarrow$

b) $\frac{5x^2}{3} \rightarrow \frac{5}{3}$ y x^2 .

c) $2x^2 - 8 \rightarrow$

d) $\frac{-3ab}{5} \rightarrow$

4. Indica el coeficiente y la parte literal de los siguientes monomios:

a) $-3ab \rightarrow$

b) $-x^3 \rightarrow$

c) $\frac{2a^2b}{5} \rightarrow$

d) $7x^2 \rightarrow$



5. Di el grado de cada uno de los monomios del ejercicio anterior.

a) $-3ab \rightarrow$

b) $-x^3 \rightarrow$

c) $\frac{2a^2b}{5} \rightarrow$

d) $7x^2 \rightarrow$

6. Indica (justificándolo) si son semejantes o no los siguientes pares de monomios:

a) $-3a$ y $2a \rightarrow$

b) $4a^3$ y $4a \rightarrow$

c) $-x^2$ y $\frac{4x^2}{3} \rightarrow$

d) $2ab^2$ y $3ab^2 \rightarrow$

7. Suma o resta, en los casos que puedas:

a) $5a - 3a + 8a =$

b) $3a - (5a - a) =$

c) $2a - 3b =$

d) $3x^2 - x^2 =$

e) $2x^2 + 3x^3 =$

f) $\frac{7}{3}x - \frac{2}{9}x =$

8. Simplifica, agrupando los términos que puedas:

a) $3a + 5a - (4a - 3) =$

b) $3a - 5a^2 - (2a^2 + 3a) =$

c) $5x - (3x - 6) - 4 =$

9. Multiplica los siguientes monomios:

a) $(3a^2)(7a) =$

b) $(-3a)(-5a) =$

c) $(2a)(3a^2)(a^3) =$

d) $3(2x^2) =$

e) $2x(3 - 4x) =$

f) $(2ab)(5ab^2) =$

10. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\frac{18a}{3} =$

b) $\frac{12x^2}{18x} =$

c) $\frac{8x^2y}{12x} =$

d) $\frac{-8a}{10a^2} =$

e) $\frac{12x^5}{4x^3} =$

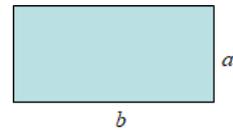
f) $\frac{42x^2y^3}{12xy^4} =$

11. Escribe las expresiones algebraicas que sirven para hallar:

a) El área de un rectángulo de base b y altura $a \rightarrow$

b) El perímetro de ese mismo rectángulo \rightarrow

c) El área de un círculo de radio $r \rightarrow$



12. Halla el valor de las expresiones anteriores cuando $b = 12$ cm, $a = 7$ cm y $r = 5$ cm.

a) Área del rectángulo \rightarrow

b) Perímetro del rectángulo \rightarrow

c) Área del círculo \rightarrow

Soluciones

1. a) -7 . b) 5 . c) -7 . 2. a), b) y d). 3. a) a^2b y 3. b) x^2 y $\frac{5}{3}$. d) ab y $-\frac{3}{5}$.

4. a) -3 y ab . b) -1 y x^3 . c) $\frac{2}{5}$ y a^2b . d) 7 y x^2 . 5. 2, 3, 3 y 2, respectivamente.

6. Son semejantes: a) y c). 7. a) $10a$. b) $-a$. d) $2x^2$. f) $\frac{19}{9}x$.

8. a) $4a + 3$. b) $-3a^2$. c) $2x + 2$.

9. a) $21a^3$. b) $15a^2$. c) $6a^6$. d) $6x^2$. e) $6x - 8x^2$. f) $10a^2b^3$

10. a) $6a$. b) $\frac{2x}{3}$. c) $\frac{2xy}{3}$. d) $\frac{-4}{5a}$. e) $3x^2$. f) $\frac{7x}{y}$.

11. a) $A = ba$. b) $P = 2a + 2b$. c) $A = \pi r^2$. 12. a) 84 cm². b) 38 cm. c) $78,5$ cm².