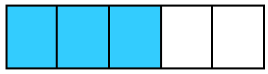
Tema 6 (I). Fracciones Resumen



Una fracción suele considerase como "la parte de un todo" que ha sido dividido en porciones iguales. Así, $\frac{3}{5}$ indica que se toman 3 partes de algo que se ha dividido en 5 partes iguales. Es la parte coloreada en la figura.
El número de arriba se llama numerador e indica el número de partes que se toman; el número de abajo se llama denominador e indica el número de partes en que se ha dividido la unidad.

Ejemplos:
a) Si en una clase de 24 alumnos hay 13 chicas, entonces, la fracción de chicas es: $\frac{13}{24}$.

b) Si Antonio tenía 15 € y se ha gastado 7 €, entonces ha gastado $\frac{7}{15}$ de su dinero.

c) Si en una cesta con frutas hay 5 manzanas y 9 naranjas, como el total son 5 + 9 = 14, la fracción de manzanas en la cesta es $\frac{5}{14}$.

Nota: Para establecer la comparación entre manzanas y naranjas suele utilizarse la palabra razón, que es el cociente entre las cantidades correspondientes: 5 entre 9 → razón $\frac{5}{9}$.

- Las fracciones se puede aplicar a cualquier magnitud.

Ejemplos:
a) Si una tarta se divide en 6 partes iguales, cada parte es $\frac{1}{6}$. La fracción $\frac{5}{6}$ de esa tarta indica que se han tomado 5 de las 6 partes.

b) Si 240 € se dividen en 8 partes iguales, cada parte será $\frac{1}{8}$, y equivale a 30 €. La fracción $\frac{3}{8}$ de 240 € serán 90 €. Esto es: $\frac{3}{8}$ de 240 = 3 × $\frac{1}{8}$ de 240 = $3\times\frac{240}{8}=3\times 30=90$.

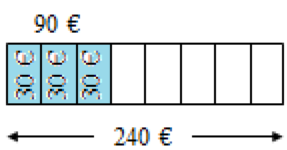
→ Observa que para hallar la fracción de una cantidad:
1) se divide dicha cantidad entre el denominador;
2) se multiplica el resultado por el numerador de la fracción.

Ejemplos:
a) La fracción $\frac{7}{10}$ de 2500 = $7\cdot\frac{2500}{10}=7\cdot 250=1750$.

b) También podría multiplicarse la cantidad por el numerador y dividir el resultado por el denominador. Así: Los $\frac{2}{7}$ de 210 naranjas = $\frac{2}{7}\cdot 210=\frac{2\cdot 210}{7}=\frac{420}{7}=60$ naranjas.

- Conociendo el valor de una fracción se puede hallar el total.

Ejemplo:
Los $\frac{3}{8}$ de una cantidad de dinero son 90 €, ¿cuánto dinero hay?



Si 90 € son los $\frac{3}{8} \Rightarrow \frac{1}{8}$ será 30 € ⇒ El total será 8 · 30 = 240 €.

- También, una fracción puede considerarse como el cociente de dos números: numerador entre denominador.

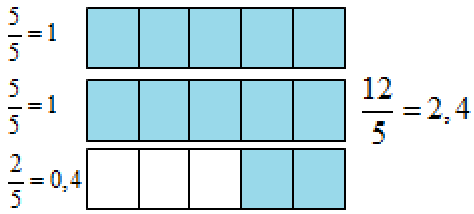
En este caso, el numerador puede ser mayor que el denominador. Por ejemplo, $\frac{12}{5}$.

Ejemplos:

a) $\frac{3}{5}$ es igual que 3 dividido entre 5 → 3 : 5 = 0,6.

b) $\frac{3}{8}$ es igual a 3 entre 8 → 3 : 8 = 0,375.

c) $\frac{12}{5}$ es igual a 12 entre 5 → 12 : 5 = 2,4.



Fracciones y números decimales.
Al dividir el numerador entre el denominador se obtiene un número decimal. Por tanto, una fracción puede considerarse como un número decimal.
Ejemplos:

$\frac{3}{5}=0,6$; $\frac{3}{8}=0,375$; $\frac{12}{5}=2,4$; $\frac{23}{100}=0,23$; $\frac{2}{3}=0,666\ldots$

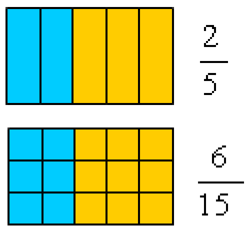
- Y al revés, los números decimales (con un número finito de cifras decimales o con infinitas cifras decimales periódicas) pueden escribirse como una fracción. En particular, para expresar un número decimal *exacto* en fracción se suprime la coma y se divide por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales hubiera.

Ejemplos:

$0,78=\frac{78}{100}$; $3,2=\frac{32}{10}$; $0,375=\frac{375}{1000}$; $3,07=3+\frac{7}{100}=\frac{307}{100}$.

Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando valen lo mismo. Así, $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$.



Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta con multiplicar o dividir el numerador y denominador de la fracción dada por un mismo número distinto de cero.
Ejemplos:

a) $\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{6}{15}=\frac{12}{30}=\frac{22}{55}$.   b) $\frac{14}{4}=\frac{14:2}{4:2}=\frac{7}{2}=\frac{7\cdot 5}{2\cdot 5}=\frac{35}{10}=3,5$.

Simplificar una fracción consiste en igualarla con otra cuyos términos sean más sencillos (números más pequeños). Para ello se dividen los dos términos entre el mismo número.
Una fracción que no se puede simplificar se llama irreducible.
Ejemplos:

a) $\frac{24}{36}=\left(\frac{24:2}{36:2}\right)=\frac{12}{18}=\left(\frac{12:6}{18:6}\right)=\frac{2}{3}$.   b) $\frac{375}{1000}=[:25]=\frac{15}{40}=[:5]=\frac{3}{8}$.

- Las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{8}$ son irreducibles. La fracción $\frac{42}{261}$ no es irreducible, pues ambos términos pueden dividirse por 3: $\frac{42}{261}=\left(\frac{42:3}{261:3}\right)=\frac{14}{87}$.
- Los términos de una fracción irreducible son números primos entre sí.

<u>Condición de igualdad de fracciones</u>:
Si dos fracciones son equivalentes, los productos cruzados de sus términos son iguales. Esto es: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow a\cdot d=b\cdot c$.
Esta relación permite encontrar uno de los cuatro términos si se conocen los otros tres.
Ejemplos:
a) $\frac{24}{36}=\frac{2}{3}$, pues 24 · 3 = 36 · 2 = 72. b) $\frac{21}{49}=\frac{3}{7}$, ya que 21 · 7 = 49 · 3 = 147.
c) Las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{12}{15}$ no son iguales, pues 2 · 15 ≠ 3 · 12.
d) ¿Cuánto tiene que valer *d* para que $\frac{2}{3}=\frac{12}{d}$? → Como debe cumplirse que $2\cdot d=3\cdot 12\Rightarrow$ $2\cdot d=36\Rightarrow d=18$.

<u>Comparación de fracciones</u>
$$\frac{a}{b}>\frac{c}{d}\Rightarrow a\cdot d>b\cdot c$$
Ejemplos:
a) $\frac{7}{9}>\frac{2}{3}$, pues 7 · 3 > 2 · 9. b) $\frac{21}{50}<\frac{3}{7}$, ya que 21 · 7 < 50 · 3 = 147.

- En particular:

Si dos fracciones tienen el mismo denominador es mayor la que tiene mayor numerador.
Si dos fracciones tienen el mismo numerador es mayor la que tiene menor denominador.
Ejemplos:
a) $\frac{7}{9}>\frac{5}{9}$. b) $\frac{21}{50}>\frac{21}{51}$.

- Para comparar dos fracciones puede hallarse el número decimal equivalente a cada una de ellas y compara sus resultados.

Ejemplos:
a) $\frac{7}{9}>\frac{5}{8}$, pues $\frac{7}{9}=0,777...$ y $\frac{5}{8}=0,625$. Haciendo los productos cruzados: 7 · 8 > 5 · 9.
b) $\frac{8}{25}<\frac{7}{21}$, ya que $\frac{8}{25}=0,32$ y $\frac{7}{21}=0,333...$ En efecto: 8 · 21 = 168 < 7 · 25 = 175.

Ejercicios

1. Si una tarta se divide en doce trozos, expresa como fracción:

a) Un trozo de tarta → b) 5 trozos de tarta →

c) Un cuarto de tarta → d) Media tarta →

2. Calcula:

a) $\frac{1}{5}$ de 20 = b) $\frac{1}{5}$ de 45 =

c) $\frac{1}{5}$ de 500 = d) $\frac{1}{5}$ de 225 =

3. Calcula:

a) $\frac{3}{5}$ de 20 = b) $\frac{2}{3}$ de 45 =

c) $\frac{5}{7}$ de 77 = d) $\frac{4}{9}$ de 180 =

4. Expresa como número decimal, con un máximo de 3 cifras decimales, las siguientes fracciones:

a) $\frac{1}{5} =$

$\frac{8}{20} =$

$\frac{3}{14} =$

$\frac{3}{16} =$

b) $\frac{15}{100} =$

$\frac{121}{100} =$

$\frac{2358}{1000} =$

$\frac{301}{1000} =$

5. Teniendo en cuenta el ejercicio anterior, ordena de menor a mayor cada uno de los grupos de fracciones.

a) →

b) →

6. Expresa en forma de fracción los siguientes números:

a) 0,123 = b) 1,23 = c) 12,3 = d) 0,00123 =

7. Halla 2 fracciones equivalentes a cada una de las siguientes:

a) $\frac{3}{5} =$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{5}{7} \to \frac{5}{7} = \frac{10}{14} = \frac{15}{21}$.

d) $\frac{4}{9}$ e) $\frac{21}{12}$ f) $\frac{39}{42}$

8. Encuentra la fracción irreducible equivalente a cada una de las siguientes:

a) $\frac{30}{50} =$ b) $\frac{21}{84} =$ c) $\frac{18}{48} =$ d) $\frac{200}{225} =$

9. Halla el término desconocido en las siguientes igualdades:

a) $\frac{2}{3} = \frac{20}{x} \Rightarrow$ b) $\frac{3}{5} = \frac{x}{25} \Rightarrow$

c) $\frac{3}{x} = \frac{9}{21} \Rightarrow$ d) $\frac{x}{6} = \frac{27}{18} \Rightarrow$

10. Cristina ha gastado tres séptimas partes de sus ahorros en una guitarra. Si tenía 875 €, ¿cuánto le costó la guitarra?

11. Los dos tercios de la edad de Carmen son 12 años. ¿Cuántos años tiene Carmen?

12. En la clase de Caty hay 5 chicos por cada 6 chicas. ¿Qué fracción del total representan las chicas en la clase de Caty? ¿Puede haber 20 chicas en la clase Caty? ¿Y 15 chicos?

Soluciones:

1. a) $\frac{1}{12}$. b) $\frac{5}{12}$. c) $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$. d) $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$. **2**. a) 4. b) 9. c) 100. d) 45.

3. a) 12. b) 30. c) 55. d) 80. **4**. a) 0,2; 0,40; 0,214; 0,187. b) 0,15; 1,21; 2,358; 0,301.

5. a) $\frac{3}{16} < \frac{1}{5} < \frac{21}{100} < \frac{3}{14} < \frac{9}{25} < \frac{8}{20}$. b) $\frac{15}{100} < \frac{301}{1000} < \frac{121}{100} < \frac{2358}{1000}$.

6. a) $\frac{123}{1000}$. b) $\frac{123}{100}$. c) $\frac{123}{10}$. d) $\frac{123}{100000}$. **7**. a) $\frac{6}{10}; \frac{15}{25}$. b) $\frac{4}{6}; \frac{20}{30}$. c) $\frac{5}{7} = \frac{10}{14} = \frac{15}{21}$.

d) $\frac{8}{18}; \frac{20}{45}$. e) $\frac{7}{4}; \frac{14}{8}$. f) $\frac{13}{14}; \frac{26}{28}$. **8**. a) $\frac{3}{5}$. b) $\frac{1}{4}$. c) $\frac{3}{8}$. d) $\frac{8}{9}$. **9**. a) 30. b) 15. c) 7. d) 9.

10. 375 €. **11**. 18. **12**. $\frac{6}{11}$. Razón chicos/chicas = $\frac{5}{6}$. No, pues $\frac{5}{6} = \frac{x}{20}$ no tiene solución entera. Sí, pues $\frac{5}{6} = \frac{15}{y} \Rightarrow$ y = 18 chicas.