

## Tema 5. Números enteros

## Resumen

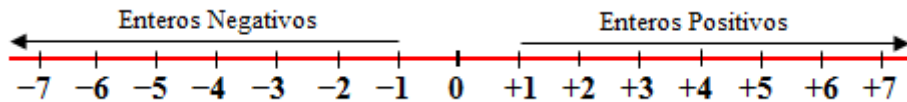
El conjunto de los números enteros es  $\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\dots\}$ . Está formado por los positivos y los negativos.

Los positivos son los naturales  $\rightarrow +1, +2, +3, \dots$

Los números negativos son  $\rightarrow -1, -2, -3, \dots$

Los números negativos son los opuestos de los positivos. Así, el opuesto de  $+2$  es  $-2$ .

Pueden representarse en la recta como sigue:



Valor absoluto de un número entero es el número natural que resulta al quitarle el signo.

### Ejemplos:

$$|-7| = 7; |+18| = 18 \rightarrow \text{El valor absoluto siempre es positivo.}$$

El orden de los números enteros es el que se observa en la recta: un número es mayor que otro cuando está representado a su derecha.

- Todos los números positivos son mayores que 0. Todos los negativos son menores que 0.
- Dados dos números negativos es menor el que tiene mayor valor absoluto. Así:  $-10 < -3$ .

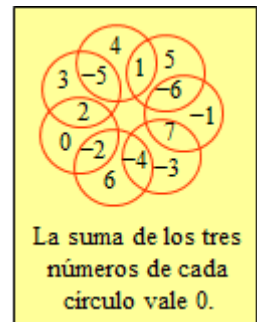
### Suma y resta

- Para sumar dos números enteros con el mismo signo se suman los valores absolutos de ambos números y se pone el signo que tenían los sumandos.

### Ejemplos:

$$\text{a) } (+4) + (+2) = +6. \quad \text{b) } (-7) + (-2) = -9.$$

- Para sumar dos números con distinto signo hay que restarlos y ponerle al resultado el signo que lleve el número mayor en valor absoluto.



### Ejemplos:

$$\text{a) } (+3) + (-7) = -(7 - 3) = -4. \quad \text{b) } (-6) + (+11) = +(11 - 6) = +5.$$

$$\text{c) } (+8) + (-8) = 0. \quad \text{d) } (-19) + (+8) = -19 + 8 = -(19 - 8) = -11.$$

- Para restar dos números enteros hay que tener en cuenta que:  $-(+) = -$ ;  $-(-) = +$

### Ejemplos:

$$\text{a) } -(+5) = -5. \quad \text{b) } -(-7) = +7.$$

$$\text{c) } (-7) - (+5) = (-7) - 5 = -12. \quad \text{d) } (+6) - (-7) = (+6) + 7 = 13.$$

- Para sumar y restar más de dos números se pueden sumar los positivos por un lado y los negativos por otro y, después, restar los resultados.

### Ejemplos:

$$\text{a) } -4 + 7 + 5 - 9 + 6 = (7 + 5 + 6) - (4 + 9) = 18 - 13 = 5.$$

$$\text{b) } 9 - 7 - 12 + 8 - 4 = 9 + 8 - (7 + 12 + 4) = 17 - 23 = -5.$$

Sumas y restas con paréntesis

Hay que tener en cuenta que un signo menos delante de un paréntesis cambia el signo de todos los términos que abarca.

**Ejemplos:**

- a)  $-(4 - 7 + 9) = -4 + 7 - 9 = -6$ .      b)  $-(-5 + 7 - 13) = +5 - 7 + 13 = +11$ .  
 c)  $8 - (4 - 7) + [9 - (2 - 6 + 13)] = 12 - 4 + 7 + 9 - 2 + 6 - 13 = 34 - 19 = 15$ .

Multipliación y división. En todos los casos hay que tener en cuenta las reglas de los signos:

$$\begin{array}{llll} [+ ] \cdot [+ ] = [+ ] & [+ ] \cdot [- ] = [- ] & [- ] \cdot [+ ] = [- ] & [- ] \cdot [- ] = [+ ] \\ [+ ] : [+ ] = [+ ] & [+ ] : [- ] = [- ] & [- ] : [+ ] = [- ] & [- ] : [- ] = [+ ] \end{array}$$

**Ejemplos:**

$$\begin{array}{llll} (+3) \cdot (+4) = +12; & (+7) \cdot (-2) = -14; & (-5) \cdot (+6) = -30; & (-1) \cdot (-9) = +9; \\ (+18) : (+3) = +6; & (+12) : (-2) = -6; & (-32) : (+8) = -4; & (-28) : (-7) = +2. \end{array}$$

Operaciones combinadas

El orden es el siguiente: 1) Paréntesis; 2) Productos y divisiones; 3) Sumas y restas.

**Ejemplos:**

- a)  $12 - 2 \cdot (9 - 3) - 10 : (-2) - (-7) = 12 - 2 \cdot 6 + 5 + 7 = 12 - 12 + 5 + 7 = 12$ .  
 b)  $(12 - 2) \cdot (9 - 3) - 10 : [(-2) - (-7)] = 10 \cdot 6 - 10 : (+5) = 60 - 2 = 58$ .

Potencias de números enteros. Se hace igual que con números naturales, pero hay que tener en cuenta el signo de la base y si el exponente es par o impar, cumpliéndose:

$$\begin{array}{l} (+a)^n = a^n \rightarrow \text{siempre positivo.} \\ (-a)^n = +a^n, \text{ si } n \text{ es par; } (-a)^n = -a^n, \text{ si } n \text{ es impar; } (\pm a)^0 = 1. \end{array}$$

**Ejemplos:**

- a)  $(+3)^2 = (+3) \cdot (+3) = +9$ .    b)  $(+3)^3 = 3^3 = 27$ .    c)  $(+3)^4 = 3^4 = 81$ .    d)  $(+5)^0 = 1$ .

**Ejemplos:**

- a)  $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = +4$ .    b)  $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$ .    c)  $(-2)^4 = 2^4 = +16$ .

Raíz cuadrada de un número entero:

- La raíz cuadrada de un número entero positivo tiene dos soluciones.

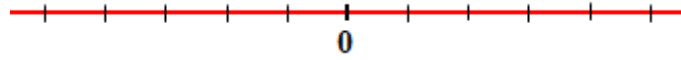
**Ejemplos:**

- a)  $\sqrt{+16} = +4$ , pues  $(+4)^2 = +16$ . Pero también:  $\sqrt{+16} = -4$ , pues  $(-4)^2 = +16$ .  
 b)  $\sqrt{+49} = +7$ , pues  $(+7)^2 = +49$ . Igualmente,  $\sqrt{+49} = -7$ , pues  $(-7)^2 = +49$ .  
 c)  $\sqrt{+64} = \pm 8$ , pues  $(+8)^2 = (-8)^2 = +64$ .

- La raíz cuadrada de los números negativos no existe:  $\sqrt{-4}$  no existe.

## Ejercicios

1. Representa en la recta los números:  $-4$ ,  $+3$ ,  $-1$ . Representa también sus opuestos.



2. Expresa como números enteros las siguientes situaciones:

- a) La temperatura era de ocho grados bajo cero  $\rightarrow$
- b) Juan ha recibido una propina de quince euros  $\rightarrow$
- c) Juan ha dado a su hermano pequeño tres euros  $\rightarrow$
- d) El ascensor ha bajado seis plantas  $\rightarrow$



3. Halla:

- a)  $|-5| =$
- b)  $|+13| =$
- c)  $|-3| + |+4| = +3 + 4 = +7.$
- d)  $|-21| - |-15| =$

4. Calcula:

- a)  $3 + 9 =$
- b)  $3 - 9 =$
- c)  $-3 + 9 =$
- d)  $-3 - 9 =$

5. Calcula:

- a)  $(+4) + (12) =$
- b)  $(-4) + (+12) =$
- c)  $(+4) - (+12) =$
- d)  $(-4) - (-12) =$

6. Halla:

- a)  $12 - 7 + 4 - 3 - 2 = 16 - 12 = 4.$
- b)  $-5 + 9 - 7 - 4 =$
- c)  $-16 - 9 + 21 + 2 =$
- d)  $-12 + 8 - 7 + 4 =$

7. Halla:

- a)  $(+13) + (+7) - (-3) + (-5) =$
- b)  $(-4) - (-5) - (+6) + (-7) =$
- c)  $(-7) - (+8) + (-3) - (-9) =$

8. Calcula:

- a)  $12 - (9 - 12) - 15 =$
- b)  $-8 + (-13 + 18) - 6 =$

**9. Multiplica:**

a)  $(+2) \cdot (+5) =$       b)  $(+2) \cdot (-5) = -10.$       c)  $(-2) \cdot (+5) =$       d)  $(-2) \cdot (-5) =$

**10. Divide:**

a)  $(+18) : (+3) = +6.$       b)  $(+18) : (-3) =$   
 c)  $(-18) : (+3) =$       d)  $(-18) : (-3) =$

**11. Calcula:**

a)  $12 + 5 \cdot (-4) - 20 =$   
 b)  $13 - 2 \cdot (4 - 5) =$   
 c)  $(-3) \cdot (3 + 5) - 4 \cdot (-9 - 5) =$   
 d)  $-6 + (-4) \cdot (+3) - 5 =$

**12. Halla:**

a)  $(-2) \cdot (4 - 6 + 9) = (-2) \cdot (13 - 6) = (-2) \cdot (+7) = -14.$   
 b)  $(7 - 3) \cdot (4 + 8 - 9) =$   
 c)  $(-12) : (-2) - (-5) \cdot (+7 - 10) =$   
 d)  $(+20) : (-5) - (-2) \cdot (+6) =$

**13. Calcula:**

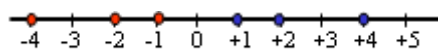
a)  $(+4)^3 =$       b)  $(-3)^4 =$       c)  $(-5)^3 = -5^3 = -125.$       d)  $(+2)^7 =$

**14. Calcula:**

a)  $(-2)^4 - (+3)^2 + (-5)^2 =$   
 b)  $(+5)^2 \cdot (-1)^7 - (-5)^2 - (-3)^3 =$   
 c)  $(-6)^0 \cdot (-2)^5 =$       d)  $(-6)^3 : (-3)^2 =$

**15. Halla, si existen, las siguientes raíces:**

a)  $\sqrt{(+81)} =$       b)  $\sqrt{(-49)} =$       c)  $\sqrt{+100} =$       d)  $\sqrt{+144} =$

**Soluciones: 1.**

2. a)  $-8^\circ\text{C}.$  b)  $+15\text{€}.$  c)  $-3\text{€}.$  d)  $-6.$       3. a)  $+5.$  b)  $+13.$  d)  $+6.$       4. a)  $+12.$  b)  $-6.$  c)  $+6.$  d)  $-12.$   
 5. a)  $+16.$  b)  $+8.$  c)  $-8.$  d)  $+8.$       6. b)  $-7.$  c)  $-2.$  d)  $-7.$       7. a)  $+18.$  b)  $-12.$  c)  $-9.$       8. a)  $0.$  b)  $-9.$   
 9. a)  $+10.$  c)  $-10.$  d)  $+10.$       10. b)  $-6.$  c)  $-6.$  d)  $+6.$       11. a)  $-28.$  b)  $15.$  c)  $+32.$  d)  $-23.$       12. b)  $+12.$  c)  $-9.$  d)  $+8.$   
 13. a)  $64.$  b)  $81.$  d)  $128.$       14. a)  $32.$  b)  $-23.$  c)  $-32.$  d)  $-24.$       15. a)  $69.$  b) No. c)  $610.$  d)  $612.$