

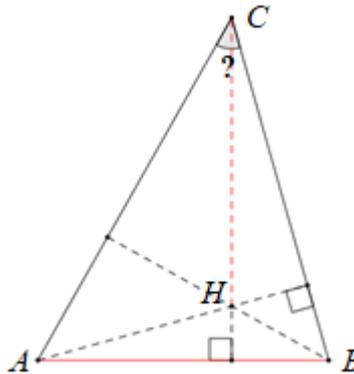
Ángulo

El problema que sigue no es difícil, aunque no inmediato. Se propuso en la XXXIX Olimpiada Matemática Española.

Puede resultar interesante para los alumnos mayores de Secundaria.

Problema

Las alturas del triángulo ABC se cortan en el punto H . Se sabe que $AB = CH$. Determinar el valor del ángulo BCA .



Solución:

Sean A' , B' y C' los pies de las alturas trazadas desde los vértices del triángulo ABC .

Se puede observar que:

1. Los triángulos CHA' y AHC' son semejantes: ambos son rectángulos y tienen igual el ángulo en H .
2. Los triángulos AHC' y ABA' también son semejantes: ambos son rectángulos y tienen el ángulo en A común.
3. Por tanto, los triángulos CHA' y ABA' son semejantes; e iguales, pues su hipotenusa vale lo mismo, ya que $AB = CH$. En consecuencia, el cateto pequeño de ambos mide lo mismo: $HA' = BA'$. De lo dicho se deduce que el triángulo $BA'H$ es rectángulo e isósceles; luego, sus ángulos agudos miden 45° : $A'HB = HBA' = 45^\circ$.

Por último, el triángulo BCB' , que es rectángulo y tiene un ángulo de 45° , también será isósceles. Por tanto, el ángulo pedido $BCA = 45^\circ$.

