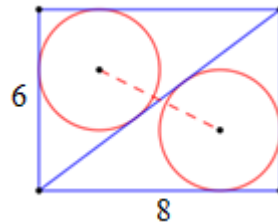


Distancia entre los centros

El problema que sigue se propuso en el [Concurso de Primavera 2023](#). Pienso que es apropiado para estudiantes de Secundaria de cualquier nivel, que conozcan el teorema de Pitágoras y alguna de las propiedades de las tangentes a una circunferencia.

Problema

¿Cuánto vale la distancia entre los centros de las circunferencias inscritas?



Solución:

Si las dimensiones del rectángulo son 8 por 6, entonces, la diagonal valdrá,

$$AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10.$$

Si r es el radio de las circunferencias, entonces,

$$AP = 8 - r; CQ = 6 - r.$$

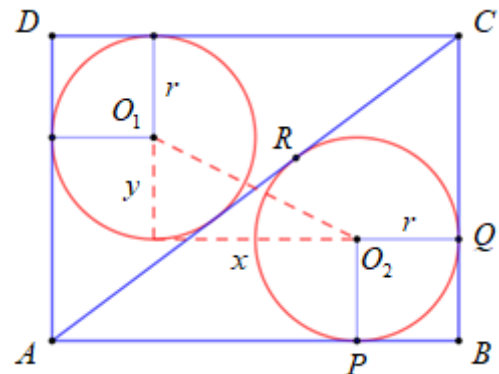
Como $AP = AR$ y $CQ = CR$ (la distancia de A y de C a los puntos de tangencia es la misma), entonces:

$$AC = AR + RC = 8 - r + 6 - r = 10 \Rightarrow r = 2.$$

Ahora se traza el triángulo rectángulo de hipotenusa O_1O_2 y catetos x e y .

Los catetos miden $x = 8 - 2r$ e $y = 6 - 2r \Rightarrow x = 4$ e $y = 2$.

Por tanto, $O_1O_2 = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.



Nota: Si se sitúa el punto A en $(0, 0)$ y los lados del rectángulo sobre los ejes de coordenadas,

entonces $O_1 = (2, 4)$ y $O_2 = (6, 2) \Rightarrow d(O_1, O_2) = \sqrt{(6-2)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.