

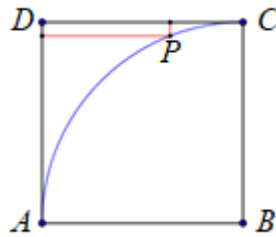
Lado del cuadrado

El problema que sigue se propuso en el XXI Concurso de Primavera de Matemáticas (1ª Fase, nivel III: <https://www.concursoprivavera.es/#problemas>).

Puede proponerse a estudiantes de Secundaria (3º de ESO en adelante). Se resuelve aplicando el teorema de Pitágoras.

Problema

Con centro en el vértice B del cuadrado $ABCD$ trazamos un arco de circunferencia de radio igual a la longitud del lado del cuadrado. Un punto P de dicho arco dista 8 del lado AD y 1 del lado DC .
¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado?



Solución:

Sea x el lado del cuadrado.

La perpendicular desde P al lado AB , que lo corta en Q , determina un triángulo rectángulo, PQB , de hipotenusa x y catetos $x - 1$ y $x - 8$.

Aplicando Pitágoras:

$$x^2 = (x-8)^2 + (x-1)^2 \Rightarrow$$

$$x^2 = x^2 - 16x + 64 + x^2 - 2x + 1 \Rightarrow$$

$$x^2 - 18x + 65 = 0 \Rightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 65}}{2} = \begin{cases} 5 \\ 13 \end{cases}$$

La solución $x = 5$ hay que descartarla. Por tanto, el lado del cuadrado debe medir 13

