

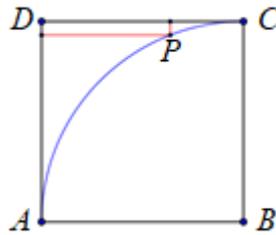
## Lado del cuadrado

El problema que sigue se propuso en el XXI Concurso de Primavera de Matemáticas (1ª Fase, nivel III: <https://www.concursoprivavera.es/#problemas>).

Puede proponerse a estudiantes de Secundaria (3º de ESO en adelante). Se resuelve aplicando el teorema de Pitágoras.

### Problema

Con centro en el vértice  $B$  del cuadrado  $ABCD$  trazamos un arco de circunferencia de radio igual a la longitud del lado del cuadrado. Un punto  $P$  de dicho arco dista 8 del lado  $AD$  y 1 del lado  $DC$ .  
¿Cuál es la longitud del lado del cuadrado?



### Solución:

Sea  $x$  el lado del cuadrado.

La perpendicular desde  $P$  al lado  $AB$ , que lo corta en  $Q$ , determina un triángulo rectángulo,  $PQB$ , de hipotenusa  $x$  y catetos  $x - 1$  y  $x - 8$ .

Aplicando Pitágoras:

$$x^2 = (x-8)^2 + (x-1)^2 \Rightarrow$$

$$x^2 = x^2 - 16x + 64 + x^2 - 2x + 1 \Rightarrow$$

$$x^2 - 18x + 65 = 0 \Rightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 65}}{2} = \begin{cases} 5 \\ 13 \end{cases}$$

La solución  $x = 5$  hay que descartarla. Por tanto, el lado del cuadrado debe medir 13

