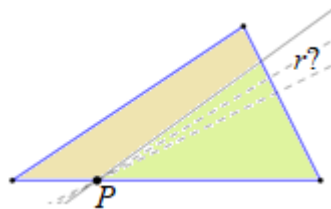


Partición

El problema que sigue no es inmediato. Para resolverlo puede utilizarse el “método hacia atrás”: partir de que la solución ya está encontrada y determinar las condiciones que deben cumplirse para ello.

Problema

Traza una recta que pase por el punto P de manera que parta al triángulo en dos partes con igual área.

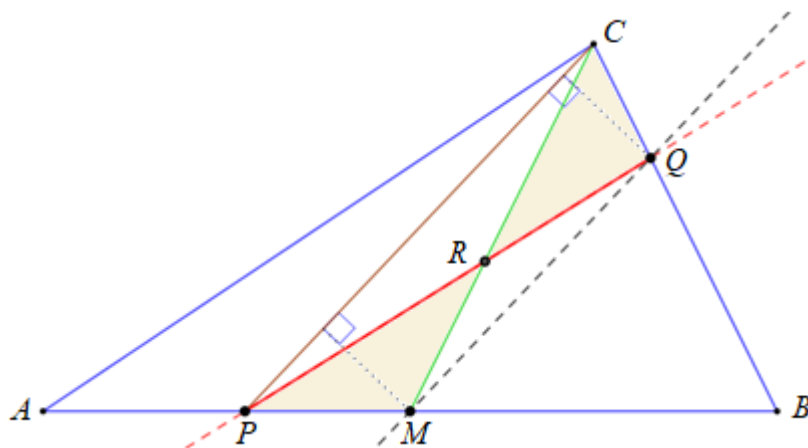


Solución:

La mediana que pasa por cualquier vértice divide al triángulo en otros dos con la misma área (ambos triángulos tienen como base la mitad del lado y su altura es la misma).

Esto es, si M es el punto medio del lado AB , los triángulos AMC y MBC tienen la misma área:

$$S_{AMC} = S_{MBC}.$$



Supongamos que el problema ya está resuelto; esto es, que la recta pedida es la que pasa por P y Q . Por tanto, el cuadrilátero $APQC$ tiene la misma área que el triángulo PBQ .

Naturalmente hay que encontrar el punto Q ; pero si ya se conoce, se deduce que los triángulos PMR y RQC deben tener la misma área, pues uno de ellos (el PMR) suma su área al cuadrilátero $APQC$ y el otro (el RQC) la resta.

Esto es, si:

$$S_{PMR} = S_{RQC} \Rightarrow S_{PQC} = S_{PMC} \Rightarrow S_{APQC} = S_{PBQ}.$$

Pero si $S_{PQC} = S_{PMC}$, entonces, las alturas desde M y Q deben valer lo mismo, lo que implica que la recta MQ es paralela a la recta que pasa por P y C .

Por tanto, el punto Q es el de corte del lado BC del triángulo inicial (ABC) con la paralela por el punto M a la recta determinada por el punto P y el vértice C .