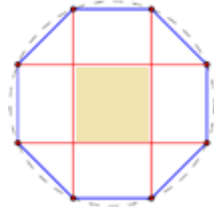


Área

El problema que sigue puede proponerse a los alumnos más jóvenes de Secundaria. Para resolverlo solo se precisa conocer el teorema de Pitágoras y cuestiones básicas de polígonos regulares.

Problema

El octógono regular está inscrito en una circunferencia de radio 10. ¿Cuánto mide el área del cuadrado sombreado?



Solución:

Si x es el lado del octógono, el área del cuadrado sombreado valdrá $S = x^2$.

El ángulo central correspondiente a cada lado del octógono vale 45° .

Sea P el pie de la altura del triángulo ABO trazada desde B .

Como el triángulo PBO es rectángulo e isósceles, si los lados iguales valen h , entonces, por Pitágoras,

$$h^2 + h^2 = 10^2 \Rightarrow 2h^2 = 100 \Rightarrow h = \sqrt{50}.$$

El triángulo ABP también es rectángulo, con hipotenusa x y catetos h e y , siendo $y = 10 - h$

Se cumple:

$$h^2 + y^2 = x^2 \Rightarrow (\sqrt{50})^2 + (10 - \sqrt{50})^2 = x^2 \Rightarrow$$

$$x^2 = 50 + 100 - 20\sqrt{50} + 50 \Rightarrow x^2 = 200 - 20\sqrt{50}.$$

Por tanto, el área pedida vale

$$S = x^2 = 200 - 20\sqrt{50} = 100(2 - \sqrt{2})$$

