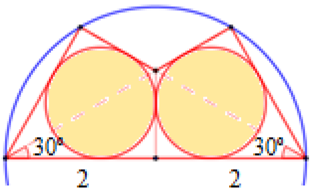
Área

El problema que sigue es relativamente sencillo; adecuado para alumnos de 13 o 14 años. Puede servir para trabajar con ángulos inscritos en una circunferencia; y para aplicar los teoremas de Tales y Pitágoras.

Problema

El semicírculo grande tiene radio 2. Halla el área de cada uno de los semicírculos pequeños (son inscritos a los triángulos que se observan).



Solución:

En el post anterior (Geometría (319)) se vio que $|PO| = |PC| = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Ahora puede observarse que los triángulos OPB y QO_1B son semejantes; por tanto, aplicando el teorema de Tales se deduce:

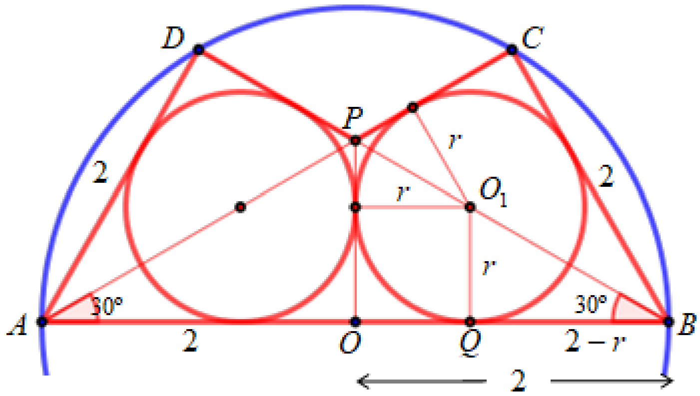
$$\frac{|OP|}{|OB|} = \frac{|QO_1|}{|QB|} \Rightarrow \frac{2/\sqrt{3}}{2} = \frac{r}{2-r} \Rightarrow$$

$$\frac{2(2-r)}{\sqrt{3}} = 2r \Rightarrow 4-2r = 2\sqrt{3}r \Rightarrow$$

$$\left(2\sqrt{3}+2\right)r = 4 \Rightarrow r = \frac{4}{2\sqrt{3}+2} \Rightarrow$$

$$r = \frac{4\left(2\sqrt{3}-2\right)}{\left(2\sqrt{3}+2\right)\left(2\sqrt{3}-2\right)} \Rightarrow$$

$$r = \frac{8\left(\sqrt{3}-1\right)}{12-4} = \sqrt{3}-1.$$



Por tanto, el área de cada círculo pequeño vale $S = \pi r^2 = \pi\left(\sqrt{3}-1\right)^2$.

Nota: La bisectriz, del ángulo B, del triángulo rectángulo ABC coincide con el cateto BD del triángulo ABD; el centro O_1 está a la misma distancia, r, de los lados AB y AC.