

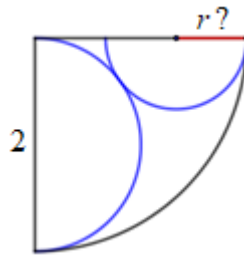
Radio

El problema que sigue se propuso en el XXI Concurso de Primavera de Matemáticas (1ª Fase, nivel IV): <https://www.concursoprimavera.es/#problemas>.

Aunque se propuso a estudiantes de Bachillerato puede plantearse a alumnos más jóvenes, de 13 o 14 años. Para su resolución hay que conocer la propiedad que cumplen los radios de dos circunferencias tangentes, y aplicar el teorema de Pitágoras.

Problema

El dibujo muestra un cuarto de circunferencia de radio 2 y dos semicircunferencias tangentes. ¿Cuál es el radio de la semicircunferencia pequeña?



Solución:

Si el radio de la circunferencia inicial es 2, el de la circunferencia mediana es 1.

Como los radios de las circunferencias mediana y pequeña, correspondientes a su punto de contacto, son perpendiculares a la recta tangente común, se deduce que el segmento que une sus centros, de longitud $1 + r$, es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 1 y $2 - r$, luego:

$$(1+r)^2 = 1^2 + ((2-r))^2 \Rightarrow 1+2r+r^2 = 1+4-4r+r^2 \Rightarrow$$

$$6r = 4 \Rightarrow r = \frac{2}{3}.$$

